

## Álgebra: más allá del aula

Johanna Mena González  
Universidad Estatal a Distancia.  
jmena@uned.ac.cr

**Resumen:** La contextualización activa estimula la participación estudiantil mediante la creación de modelos cercanos a la realidad, por los procesos de matematización y aplicación de instrumentos matemáticos. Todo currículo que intente poner el aprendizaje en el contexto de las experiencias de la vida, debe llamar la atención del alumno hacia las situaciones y percepciones diarias.

El siguiente trabajo pretende mostrar una serie de actividades didácticas, que fueron desarrolladas con este fin, en el marco del proyecto Álgebra: más allá del aula, que se puso en práctica en un colegio costarricense, durante el curso lectivo 2013.

**Palabras claves:** contextualización activa, resolución de problemas, uso tecnologías, educación matemática.

### Introducción

El reto del docente en el mundo de hoy consiste en facilitar el aprendizaje de los estudiantes para que aprendan de una forma más eficiente. Para conseguir esto, los profesores deben crear ambientes de aprendizaje conforme a estrategias adecuadas. Además, se deben presentar problemas relacionados con un contexto conocido por el alumno, para que al trabajar experimentando, resuelva dichos problemas, aprenda y aplique lo aprendido y esté en condiciones de trasladar los nuevos conocimientos a otros contextos útiles en su vida.

La secuencia didáctica que se presenta a continuación tiene por objetivo lograr ese acercamiento entre el estudiante y la realidad en la que este se desenvuelve. El proyecto se desarrolló durante el segundo trimestre del año 2013, en el Liceo Enrique Guier Sáenz de Cachí, para trabajar los conceptos de cantidades constantes y variables, expresión algebraica y valor numérico bajo el enfoque del tema transversal cultura ambiental para el desarrollo sostenible. El trabajo aquí expuesto es parte del proyecto: “Álgebra más allá del aula”, que pretende crear una serie de secuencias didácticas para cubrir todos los contenidos del tercer ciclo de la educación general básica.

#### 1. Contextualización activa

El proyecto elaborado busca lograr una adecuada contextualización activa. Trabajar con problemas contextualizados brinda al estudiante significados, sentido de utilidad y medios diversos para poner en juego las capacidades y habilidades matemáticas, y potencia la construcción de los aprendizajes desde lo concreto hacia lo abstracto.

En este contexto las actividades propuestas por el docente deben potenciar procesos matemáticos Tales como el razonar y argumentar, plantear y resolver problemas, comunicar, conectar y representar. El diseño de las tareas matemáticas y la actuación del profesor en el salón de clase son herramientas claves para que se realicen esos procesos matemáticos; sin embargo, esto involucra una planificación y diseño minucioso de la lección.

Tal como se indica en la fundamentación teórica de los nuevos programas de estudio de matemáticas: “Si las lecciones se organizan siempre de manera magistral y sin participación activa de cada estudiante, o si no se proponen tareas para el aprendizaje que desafíen su inteligencia, no se provoca interés y compromiso activo, con lo que se debilitan las posibilidades para motivar acciones mentales de mayor nivel”. (Programas de Estudio Matemáticas, 2012, p. 27)

De allí la importancia de un diseño de actividades didácticas que permita al estudiante hacer conexiones, no solo entre las distintas áreas de las matemáticas sino entre otras disciplinas del conocimiento.

Uno de los aspectos que es importante subrayar dentro de esta visión es que aunque se sugiere el uso de problemas en contextos reales, también los problemas abstractos se consideran vitales. “...lo que se pretende en última instancia es la construcción de capacidades para la manipulación de los objetos matemáticos cuya naturaleza es abstracta. La estrategia asumida se propone para fundamentar pedagógicamente el paso desde lo concreto a lo abstracto.” (Programas de Estudio Matemáticas, 2012, p. 14). Debido a lo expuesto anteriormente, esta propuesta didáctica debe ser complementada con otro tipo de propuestas para responder a los requerimientos que exige el Ministerio de Educación Pública.

## **2. Uso de tecnologías**

La contextualización y el trabajo en entornos reales se ven favorecidos con el uso de la tecnología. La posibilidad que brinda el manipular dinámicamente los objetos matemáticos en diferentes formas de representación dentro de aplicaciones interactivas, abre espacios para que el estudiante pueda desarrollar experiencias matemáticas innovadoras en las que puede manipular directamente los objetos matemáticos, que son difíciles de lograr con los medios tradicionales como la pizarra, el lápiz y el papel.

En este sentido es vital el papel que juega el docente en el diseño de situaciones didácticas, que tomen en cuenta las dificultades y las necesidades de los alumnos, donde se aproveche la tecnología para propiciar espacios en donde sea posible edificar un conocimiento matemático significativo. Tal como lo propone el currículo vigente en educación matemática, la tecnología es un eje disciplinar que recorre transversalmente los programas y no un fin en sí misma.

## **3. Descripción de la secuencia didáctica**

La propuesta pretende a través del tema transversal cultura ambiental para el desarrollo sostenible y el uso de la tecnología que el estudiante aplique los conceptos básicos del Álgebra, referentes al cálculo de valores desconocidos y el valor numérico en expresiones algebraicas en situaciones específicas que le afectan como ciudadano. En específico esta propuesta didáctica pretende que el alumno tome conciencia del gran problema del manejo de los desechos sólidos en Costa Rica, más específicamente en la comunidad de Cachí y el colegio.

El proyecto pretende además de que se logren los objetivos propios del área de Álgebra, que el estudiante forme una conciencia crítica de los problemas que le rodean. Además, se pretende continuar el proyecto y crear propuestas didácticas similares, para cubrir cada uno de los contenidos de Álgebra en el programa de estudios bajo este enfoque.

Es importante recalcar que la guía 1 es una adaptación de la guía: La basura ¿Sirve? tomada del material “Un reflejo de mi país. Propuesta didáctica para el abordaje de la matemática aplicada a la realidad nacional”. Mientras que las guías 2 y 3 son elaboración propia.

### 3.1 Objetivos del proyecto

- Diseñar una propuesta didáctica que presente el Álgebra no sólo como manipulación de expresiones simbólicas o procedimientos algorítmicos, sino como un poderoso medio para representar situaciones de la vida cotidiana.
- Integrar el uso de tecnologías de la información y comunicación TIC´s en el salón de clase como un medio para potenciar el aprendizaje de los estudiantes.
- Integrar los temas transversales en la clase de matemática ya que estos permiten trascender el conocimiento estrictamente matemático, para en su lugar convertirse en ámbitos de promoción de actitudes y valores, con fines orientados a promover conductas de respeto, tolerancia y cooperación con el entorno.

### 3.2 Materiales.

Para desarrollar la siguiente secuencia didáctica se necesitan los siguientes materiales:

- Cámara fotográfica.
- Software Microsoft Publisher
- Software libre: Photosynth™, Movie maker, QRdroid.
- Guías de trabajo.
- Computadora portátil.

### 3.3 Habilidades específicas

Los conocimientos desarrollados dentro de las actividades propuestas se muestran en la tabla 1.

Conocimientos	Habilidades específicas
Ecuaciones Valor numérico	1. Distinguir entre cantidades variables y constantes. 2. Determinar relaciones de dependencia entre cantidades. 3. Determinar el valor desconocido en una ecuación matemática dada. 4. Determinar el valor numérico de una expresión algebraica.

Tabla 1

Fuente: Plan de transición 2013.

### 3.4 Organización de la secuencia didáctica

El programa actual de matemáticas estructura la lección de matemáticas en dos etapas:

- Primera etapa, llamada *de aprendizaje de los conocimientos*. En esta etapa el docente presenta una o varias situaciones problema, seguidamente el estudiante aporta ideas (se puede trabajar: individualmente, parejas, subgrupos,...), posteriormente se da la comunicación de resultados por el estudiante y, finalmente, la institucionalización por

parte del profesor, en este momento el docente muestra o señala los contenidos teóricos que estaban involucrados en la actividad propuesta.

b. Etapa segunda, *llamada de movilización y aplicación de los conocimientos aprendidos*

Las actividades que se describen a continuación se enmarcan dentro de la primera etapa.

### 3.4.1 Estructura del proyecto

En la primera fase los estudiantes en subgrupos, debían desplazarse por el colegio buscando indicios de contaminación con basura, para ello tomaban fotos. Luego pasaron a clases donde elaboraron una serie de guías sobre el tema:

- ✓ Guía 1: Manejo de los desechos sólidos.
- ✓ Guía 2: Reciclaje.
- ✓ Guía 3: Posibilidades de generación de empleo al recuperar materiales reutilizables.

Una vez desarrollada cada guía, los estudiantes comparten sus resultados con el resto de sus compañeros y el docente.

La segunda fase se desarrolló en casa y en el colegio. Los estudiantes debían de trabajar en parejas: uno de los alumnos registró durante 5 días cuantos Kg de basura producía y el otro hizo lo mismo con la diferencia de que trató de reducir sus desechos. Al final de la experiencia compararon sus resultados utilizando la fórmula del costo de procesar basura (CPB) y mostraron como evidencia de su trabajo fotografías editadas en el software libre Photo Story o en Movie Maker.

En la tercera fase cada subgrupo mostró el problema de la basura en sus casas o barrios utilizando Photosynth™. Este software se utilizó para crear un ambiente interactivo en 3D.

Al final cada grupo creó un desplegable o panfleto utilizando el Publisher y códigos QR para concientizar al resto de la población estudiantil sobre el grave problema de la basura en el colegio y la comunidad de Cachí. La información contenida en cada desplegable o folleto debía involucrar al menos una interpretación de las expresiones algebraicas trabajadas en cada guía.

Como actividad de clausura o cierre, el docente efectúa una síntesis de los conceptos matemáticos involucrados en cada una de las Guías.

### Guía 1. Manejo de los Desechos sólidos.

Lea el siguiente texto y responda las preguntas.

*El problema con los desechos sólidos en nuestro país tiene diversos orígenes en los que destacan: La falta de conciencia ambiental de consumidores y productores, la falta de capacidad de inversión en el país, el constante crecimiento de nuestra cultura al consumo y la falta de educación formal acerca del tema de desechos.*

*El tico produce entre 0.6 y 1.1 kilos de basura por día y no separa residuos en la fuente de origen, la recolección y transporte de los residuos no siguen criterios técnicos, sino que se*

guían por la costumbre y además los camiones recolectores no están diseñados para una recolección apropiada. Existe 470 toneladas de basura en el área metropolitana y solo 406 toneladas son recogidas, en otras palabras en San José y barrios cercanos día a día se lanzan al ambiente entre 145 metros cúbicos de basura (unas 64 toneladas).

Actualmente solo el 23% de las municipalidades del país cuentan con separación de desechos. Entre el 50% y 60% de los residuos que se producen en hogares y comunidades son materiales biodegradables, que podrían compostarse (someter la materia orgánica, restos orgánicos de la cocina y del jardín, a un proceso de transformación natural hasta obtener un producto, el compost, de gran calidad como abono orgánico).

**Cuadro 1. Cantidad de Residuos Sólidos y costo anual de disposición en rellenos sanitarios**

Relleno Sanitario	Municipalidades que atiende	Ton/día	Costo por tonelada ¢	Costo Anual de disposición (millones de colones)
Planta de Tratamiento La Carpio	San José	700	5750	1469
Relleno Sanitario Los Mangos	Santa Bárbara Barva Alajuela Heredia San Rafael Belén Grecia Palmares San Pablo Puriscal San Isidro Valverde Vega Santa Ana	750	7322	2004
Río Azul	FEDEMUR	725	5545.22	1467
Relleno Sanitario Los Pinos	Cartago	115	5500	230

Fuente: Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible.

Los costos de procesar basura (CPB) pueden ser calculados mediante la siguiente fórmula matemática

$$CPB = C \cdot T$$

Donde C corresponde al costo por tonelada y T las toneladas depositadas por día.

De acuerdo con la información anterior responda:

1. ¿En cuál relleno sanitario es más costoso procesar la basura? ¿En cuál es más barato?
2. Calcule el costo anual de disposición de cada relleno.
3. Compara los resultados obtenidos en la pregunta anterior con la columna de la derecha de la tabla anterior. ¿Qué observas?

4. Si aproximadamente el 50% de los desechos sólidos son reutilizables. ¿Cuánto dinero se ahorraría en cada relleno sanitario?

## Guía 2. Reciclaje



Reciclar hoy en día implica que un producto se vuelve a usar como materia prima, para producir un producto nuevo, gracias a tecnologías modernas o a conocimientos específicos. Por ejemplo: Las latas de aluminio, se juntan y se llevan a un Centro de Acopio, posteriormente las trasladan a una fábrica que las usa como materia prima para fabricar nuevas latas.

Tomado de: <http://silviamerino.blogspot.com/2010/04/papeleras-multicolor.html>

Se estima que cada persona puede generar en promedio un kilo de basura al día, lo que cambia en las distintas comunidades respecto del nivel socioeconómico de la población.

**Cuadro 2. Composición porcentual de los Residuos Sólidos en Costa Rica**

	% Plástico	% Vidrio	% Papel	% Aluminio	% Biodegradable	% Otros
Zona urbana	17,7	2,29	20,62	0,1	49,7	9,59
Zona Rural	2,48	1,16	5,72	0,1	63,29	27,25

Fuente: Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible.

Responda lo que se le solicita.

1. Escribe una expresión algebraica que te permita calcular cuántas toneladas de residuos sólidos corresponden a desechos biodegradables, suponiendo que Cachí se ubica en una zona rural.
2. Si una persona promedio produce 1 Kg de basura diario. Calcula cuántos kilos de basura en promedio genera una persona anualmente. ¿De ellos cuántos corresponden a sólidos biodegradables? Utiliza la fórmula de la pregunta anterior.
3. Investiga, qué tipos de desechos son biodegradables.

Para profundizar:

- a. En el colegio ¿Qué puede hacer usted para reducir la cantidad de residuos que se generan?
- b. En la comunidad de Cachí, ¿En cuál relleno se deposita la basura?
- c. Los desechos sólidos de mi comunidad, ¿Son separados para ser procesados?

- d. ¿Cuáles acciones se pueden llevar a cabo en mi hogar para reducir la cantidad de basura que se genera?
- e. ¿Cuáles de los desechos que se producen en el hogar se pueden clasificar como reciclables, reutilizables y orgánicos?

Preguntas frecuentes sobre reciclaje.



Utiliza tu teléfono inteligente para acceder a esta información.

### Guía 3. Posibilidades de generación de empleo al recuperar materiales valorizables.

En relación con los llamados materiales reciclables en Costa Rica no se recupera ni siquiera el 10 % de los mismos, las mayores tasas de recuperación se encuentran en los materiales post producción del sector industrial. Es posible prever un mercado potencial en torno a los residuos sólidos (RS) post consumo.

**Cuadro 3. Cantidades esperadas de materiales valorizables en los RS**

Municipalidad	Ton Vidrio anuales	Ton papel anuales	Ton Aluminio Anuales	Ton Plástico anuales	Ton Residuos Orgánicos Anuales
San José	4946,4	44539,2	216	38232	107352
Heredia	824,4	7423,2	36	6372	17892
Cartago	948,06	8536,68	41,4	7327,8	20575,8
FEDEMUR	5976,9	53818,2	261	46197	129717
Escazú	494,64	4453,92	21,6	3823,2	10735,2
Esparza	79,344	391,248	6,84	169,632	4329,036

Fuente: Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible

El precio del plástico es de 125 000 colones/tonelada, el papel es de 12 500 colones/tonelada y el aluminio es de 500 000 colones/tonelada.

La siguiente fórmula permite calcular los ingresos ( $I$ ) estimados por venta de plástico, papel y aluminio.

$$I = 125000 \cdot p + 12\,500 \cdot pa + 500\,000 \cdot a$$

Donde  $p$  corresponde a las toneladas de plástico,  $pa$  las toneladas de papel y  $a$  las toneladas de aluminio.

Responda lo que se le solicita.

1. Calcule las ganancias promedio de recuperar materiales en cada municipalidad.
2. Si se desea que los ingresos alcancen los ₡300 000 solo reciclando aluminio. ¿Cuánto material se debe recolectar?
3. Si la cantidad de material reutilizable se aumenta en un 10%. ¿En cuánto aumentan las ganancias?
4. Investiga, si en tu comunidad existe algún programa de recolección de desechos sólidos reutilizables. Existe alguna cooperativa, asociación o persona particular que se dedique a esta actividad.

Las 3R del reciclaje



Utiliza tu teléfono inteligente para acceder a esta información.

## 5. Análisis de las guías

El desarrollo de las actividades anteriores permite desarrollar los conceptos de expresión algebraica, cantidades variables y constantes, variables independientes y dependientes, el cálculo de valores desconocidos y valores numéricos. Además permite que el estudiante relacione estos conceptos matemáticos con situaciones que le incumben directamente y tome conciencia de la importancia del adecuado manejo de los desechos sólidos.

A continuación se detalla cada una de las guías:

- ✓ Guía 1: Manejo de los desechos sólidos.  
En esta guía se trabajaron conceptos tales como: Desechos sólidos y desechos biodegradables. Los estudiantes analizaron el costo de procesar basura el cual se puede modelar mediante una expresión algebraica. Además, se cuestionaron sobre la variación de costos (concepto de variable) según el relleno sanitario en que se deposite la basura.
- ✓ Guía 2: Reciclaje.  
En la segunda guía se trabaja el tema de reducción de desechos sólidos, separando la basura reciclable de la biodegradable y cómo estas prácticas pueden reducir considerablemente la cantidad de desechos sólidos y cómo esto se traduce en ahorro de recursos económicos. Los estudiantes deben inferir una fórmula para calcular, cuántas toneladas de residuos sólidos corresponden a desechos biodegradables.



- ✓ Guía 3: Posibilidades de generación de empleo al recuperar materiales reutilizables. Se analizaron aspectos relacionados con la reutilización de desechos como un medio para generar recursos económicos. Se trabaja con la fórmula que permite calcular los ingresos ( $I$ ) estimados por venta de plástico, papel y aluminio. Además, se trabaja el cálculo de valores desconocidos en una expresión algebraica.
- ✓ Elaboración de presentación en fotos narradas.  
Para resumir la experiencia realizada por los estudiantes en grupos. Esta actividad permitió potenciar el trabajo colaborativo.
- ✓ Elaboración de cartel o folleto en Publisher.  
Como un medio para denunciar y concientizar a los estudiantes y al resto de la comunidad estudiantil. Esta actividad permitió potenciar el pensamiento crítico de los estudiantes, para que estos se cuestionen qué han hecho y qué pueden hacer para contribuir a solucionar el problema de la basura. En esta actividad sintetiza la información recolectada y procesada mediante el cálculo de valores numéricos y valores desconocidos, que le permitió al estudiante comprender la dimensión del problema de los desechos sólidos.

## Bibliografía

- Castillo, S. (2008). *Propuesta pedagógica basada en el constructivismo para el uso óptimo de las TIC's en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática*. Revista latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, 11(2), 171-194.
- Domínguez, A., Galindo, E., & Salinas, P. (2003). Uso de la tecnología para fortalecer el proceso de enseñanza-aprendizaje en matemáticas. Departamento de Matemáticas Campus Monterrey.
- Esteley, C., Mina, M., Cristante, A., & Marguet, I. (2007). Innovaciones en el aula: desarrollo profesional y modelización. Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática, 281-294. Recuperado de <http://unvm.galeon.com/Cap14.pdf>
- Ministerio de Educación Pública. (2012). Programa de estudio de matemáticas. San José. Recuperado de <http://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matemática.pdf>
- Programa Estado de la Nación. (2013). Decimonoveno Informe Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- Programa Estado de la Nación. (2007). Un reflejo de mi país. Propuesta didáctica para el abordaje de la Matemática aplicada a la realidad nacional. San José, Programa Estado de la Nación.
- Programa Estado de la Nación. (2005). Duodécimo Informe sobre el Estado de la Nación en Desarrollo Humano Sostenible. San José, Programa Estado de la Nación.
- Vargas, A. (2010). Matemáticas aplicadas a la vida cotidiana y otros lugares inesperados. Recuperado de [https://intranet.ebc.edu.mx/contenido/faculty/archivos/matematicas\\_020511.pdf](https://intranet.ebc.edu.mx/contenido/faculty/archivos/matematicas_020511.pdf)