Memorias

11 Festival Internacional de Matemática

Editor: Manuel Murillo Tsijli

ISBN 978-9930-541-49-4

Contenido

Presentación

El 11° Festival Internacional de Matemáticas se realizó en la Universidad La Salle del 21 al 23 de junio, 2018. Este congreso internacional para educadores se organiza cada dos años desde 1998, y ha llegado a su undécima edición con sede en esta casa de educación superior.

Los Festivales anteriores se realizaron en: Limón (2016), Quepos (2014), Liberia (2012), San Carlos (2010), Palmares (2008), Puntarenas (2006), San José (2004 y 2002), Heredia (2000), Zapote-San José (1998).

PARTICIPACIÓN

Desde el primer Festival, la organización ha buscado reducir las desigualdades en acceso, alternando la sede en diferentes regiones del país, buscando becas y canalizando programas de extensión para los sectores más necesitados. (Objetivos de Desarrollo Sostenible No. 10)

También se ha buscado la participación igualitaria de expositores y de participantes, para generar ambientes que "potencien y promuevan la inclusión social, económica y política de todas las personas, independientemente de su edad, sexo, discapacidad, raza, etnia, origen, religión o situación económica u otra condición." De esta manera, "garantizar la igualdad de oportunidades y reducir la desigualdad de resultados", así como, "asegurar la participación plena y efectiva de las mujeres y la igualdad de oportunidades de liderazgo a todos los niveles decisorios en la vida política, económica y pública" y "mejorar el uso de la tecnología instrumental, en particular la tecnología de la información y las comunicaciones, para promover el empoderamiento de las mujeres", entre otras. (Metas de Desarrollo Sostenible No. 5).

El Festival también ha contribuido con el Objetivo de Desarrollo Sostenible No. 4 sobre "Educación de Calidad" en cuanto al aprendizaje matemático y su contextualización, en particular lo que refiere a la meta 6: "asegurar que todos los jóvenes y una proporción considerable de los adultos, tanto hombres como mujeres, estén alfabetizados y tengan nociones elementales de aritmética".

PROGRAMA del 2018

El Festival se inició el jueves 21 de junio por la noche, con la inauguración y un gran torneo de juegos. Siguió luego el viernes 22 y el sábado 23 con las actividades paralelas. Entre ellas, se llevaron a cabo talleres, conferencias y laboratorios, la presentación del Museo

Viajante de Ciencias y Matemática (MUCYM), y exhibiciones de materiales, software y equipo. En total se realizaron 123 presentaciones diferentes.

Se contó con más de cien expositores nacionales y extranjeros, entre ellos, especialistas de México, Guatemala, Colombia, Costa Rica y Panamá. También se obtuvo participación de educadores de Puerto Rico y de Nicaragua.

Organizaron el 11. Festival Internacional de Matemáticas:

- Fundación CIENTEC,
- Ministerio de Educación Pública MEP
- Ministerio de Ciencia, Tecnología y Telecomunicaciones MICITT
- Escuela de Formación Docente y Educación Matemática de la Universidad de Costa Rica
- Sede Regional Chorotega y Escuela de Matemática de la Universidad Nacional
- Escuela de Ciencias Naturales y Exactas (San Carlos) y la Escuela de Matemática del Tecnológico de Costa Rica
- Escuela de Ciencias Exactas y Naturales de la Universidad Estatal a Distancia
- Universidad Técnica Nacional
- Universidad La Salle
- Colegio de Licenciados y Profesores COLYPRO
- Asociación Nacional de Educadores ANDE
- ASOMED
- Un Comité Internacional compuesto por académicos y académicas de alto nivel.

El **Comité Científico** se encargó de la evaluación de las propuestas recibidas, aceptar o rechazar su presentación en el evento y para su publicación en el libro de memorias. Este estuvo integrado por:

- M.Sc. Anabelle Castro Castro (TEC-ASOMED)
- M.Sc. Margot Martínez Rodríguez (UNA)
- M.Sc. Manuel Murillo Tsijli (TEC-UNED-ASOMED)

Público meta:

Este congreso de enseñanza de las matemáticas está dirigido a:

- Educadores y administrativos de preescolar hasta duodécimo año.
- Educadores de ciencias y artes.
- Estudiantes de carreras relacionadas con la enseñanza de las matemáticas.
- Investigadores de la enseñanza de las matemáticas.
- Divulgadores de las matemáticas.

OBJETIVOS

- Incentivar la investigación y la experimentación científica, como medios para lograr el mejoramiento en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en todos los niveles del sistema educativo costarricense.
- Fomentar estrategias de mediación que favorezcan contextualizar la matemática.
- Potenciar los procesos de creación y uso de modelos.
- Brindar un espacio donde los docentes socialicen y enriquezcan sus experiencias de aula.
- Propiciar el intercambio de ideas sobre para qué y cómo enseñar s frente a los nuevos retos del entorno.
- Fortalecer la conexión entre las matemáticas, las ciencias y las artes.
- Acercar a los educadores al uso de enfoques metodológicos alternativos que puedan llevar a las aulas, así como fuera de ellas.
- Propiciar un espacio de innovación para el uso de las tecnologías como recurso en los procesos de aprendizaje de la matemática.
- Fomentar la divulgación de la matemática ante el público general.
- Contribuir con los Objetivos de Desarrollo Sostenible de la ONU.

ÁREAS TEMÁTICAS

- Retos y estrategias en la educación matemática.
- Enseñanza por habilidades matemáticas.
- Oportunidades y desafíos de las TICs en matemática educativa
- Resolución de problemas como una herramienta de mediación docente.
- Temas transversales (derechos humanos, sexualidad, ambiente, diversidad…)
- Modelación matemática
- Evaluación de los aprendizajes
- Socialización de la matemática.
- Enfoque didáctico de la historia de la matemática.
- La potenciación de actitudes y creencias positivas en torno a la matemática.

MEMORIAS DE FESTIVALES ANTERIORES

Del V Festival, 2006

Del VI Festival, 2008 y del VII Festival, 2010

Del VIII Festival, 2012

Del IX Festival, 2014

Del X Festival, 2016

Agradecemos a todos los colaboradores y especialmente a los copatrocinadores de esta edición del Festival Internacional de Matemáticas: Alimentos Jacks, Apartotel La Sabana, MICITT y CONICIT.

Alejandra León Castellá

Copresidenta 11 Festival Internacional de Matemática

Directora Ejecutiva, Fundación CIENTEC

Abitur: una opción académica y de promoción social, profesional y visión mundial bajo el modelo educativo alemán

Lic. Alexis Blanco Vargas
Colegio Humboldt, Costa Rica
ablanco@colegiohumboldt.cr

Msc. M. Alejandra Chacón Fonseca
Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica
mchacon@uned.ac.cr

Resumen: Se describen las características del Bachillerato Internacional Alemán Abitur, y destacar algunas peculiaridades de este programa así como la posibilidad de disminuir la brecha existente entre la educación pública con la educación privada.

Palabras clave: Educación Pública, educación privada, enseñanza de la matemática y Bachillerato alemán Abitur.

Abstract: This paper describes the most outstanding features of the Germany International Baccalaureate (Abitur), and highlights some of the IB program characteristics that can promote the improvement of mathematics teaching in Costa Rican high schools. Thus, minimizing the gap between public and private education.

Keywords: public education, private education, mathematics teaching and German international baccaulereate, Abitur

Introducción

En Costa Rica la calidad de la educación es uno de los motores de cambio y promoción social, fundamentales para acceder a mejores y mayores oportunidades, sin embargo, se pone de manifiesto como uno de los temas de análisis a nivel educativo el incremento en la brecha existente entre la Educación Pública y Privada. Según calificaciones de los resultados de exámenes de admisión de la Universidad de Costa Rica, se evidencia esta brecha.

> De acuerdo con datos recopilados por *La Nación* sobre los resultados del examen de admisión de la UCR entre el 2006 y el 2011 (cuyo análisis fue publicado por este medio el 23 de octubre del 2012), entre los 100 colegios con mejor promedio solamente 22 son estatales, mientras que 72 son privados (los restantes son calificados como subvencionados). (Jenkins, 2015, p. 3)

Sin lugar a duda el papel que juega la educación en todo sistema es un indicador de crecimiento, bienestar y de movilidad social. La Calidad Educativa en este sentido es un factor determinante del desarrollo económico de un país, ¨ …es más que evidente que el acceso a educación de calidad es uno de los mecanismos de movilidad social más efectivos que existen¨. (Jenkins, 2015, p.1)

Los padres de familia son los responsables en la mayoría de los casos de seleccionar el centro educativo en al que asistirán sus hijos, tienen según Moreira (2014), el reto de decidir si los matriculan en una escuela pública o en una privada.

Si bien es cierto que ¨ la educación pública resulta mucho más económica que la privada. La gratuidad que ofrece, en principio, la primera de esas dos opciones, representa un alivio para muchas familias cuyos ingresos económicos apenas les alcanzan para sufragar sus necesidades básicas. ¨ (Moreira, 2014, p.1)

Conocer y evaluar la calidad de la educación que un país ofrece a sus ciudadanos, es fundamental, en términos de divulgación y promoción que permita a los ciudadanos interesados optar por distintas ofertas, según la individualidad.

Entre las ofertas educativas en materia Educativa a nivel nacional, encontramos una educación pública, con programas actualizados, revisados conforme a retos y cambios sociales. A nivel de secundaria se pueden ubicar modalidades como educación diurna, nocturna, técnica, a distancia, algunas de ellas con ofertas como programas de desarrollo de talento, matemáticas universitarias, Bachillerato Internacional (BI), sin embargo una opción poco estudiada a nivel nacional es el modelo de educación alemana, que acoge modalidades de integración y promoción de una educación de calidad inclusiva para niños desde tempranas edades con el objeto de que puedan acceder a una formación competitiva tanto a nivel nacional como internacional, mediante el Abitur.

> El Abitur es el diploma más elevado al que puede aspirarse en la República Federal de Alemania. El Colegio Humboldt es una escuela oficialmente reconocida por la KMK: Conferencia Permanente de los Ministros de Cultura y Educación Pública de los Estados de Alemania, autorizada desde 1999 para aplicar los exámenes para obtener el Bachillerato Alemán, *Abitur*. (Colegio Humboltd, 2008, p. 3)

Los estudiantes que obtienen el Abitur se les acredita para estudiar cualquier carrera profesional en Alemania. Este título es semejante al Bachillerato Internacional (BI) diploma que goza reconocimiento en muchos países. A nivel nacional se oferta el BI a nivel de instituciones públicas y privadas; el Abitur, se oferta a nivel privado, en el colegio Alexander Von Humboldt en donde también se otorgan programas de beca para los estudiantes que en primaria deseen y tengan el perfil para insertarse en el modelo educativo alemán.

Se plantea, como objetivo general, conocer el Modelo Educativo Alemán que oferta el colegio Alexander Von Humboldt en Costa Rica.

Para el logro del objetivo general se plantean como objetivos específicos:

1) Identificar la oferta educativa que se realiza en Costa Rica, en Colegio Alexander Von Humboldt, en términos de accesibilidad.
2) Comprender los mecanismos de ingreso y promoción social, que el colegio Alexander Von Humboldt, promueve en Costa Rica.
3) Describir las características del Bachillerato Internacional Alemán Abitur.
4) Caracterizar los elementos de mejora que el modelo Educativo Alemán, mediante el Abitur a nivel de la enseñanza secundaria, en general y de la matemática en particular.

A nivel metodológico la investigación se realizó bajo el enfoque cualitativo, con el objeto de explorar y conocer sobre el modelo Educativo Alemán poco indagado y documentada a nivel nacional.

Según los objetivos planteados se establecen tres categorías de análisis, con sus respectivas subcategorías,

- Características del Bachillerato Alemán, Abitur, aspectos generales, procesos y términos de ingreso.
- Metodología de la enseñanza que el modelo Educativo Alemán promueve mediante el Abitur.
- Elementos Evaluativos que el modelo Educativo Alemán contempla, mediante el Abitur a nivel de la enseñanza secundaria, en general y de la matemática en particular.

Con el objeto de conocer la realidad desde una óptica lo más objetiva posible se procedió a conocer la realidad desde la perspectiva de docentes de prescolar, primaria y secundaria, para lo cual se consultó mediante entrevistas no estructuradas a docentes de la Institución Alexander Von Humboldt, se realizaron observaciones de clases y procesos, análisis documental y de datos, mediante el registro en una bitácora, para facilitar la triangulación y asegurar la saturación de la información, eliminar y validar categorías emergentes.

Aspectos generales sobre el Abitur

Ingreso

El programa de Abitur admite estudiantes bajo dos modalidades, la primera de ella es el ingreso de alumnos, desde sus primeros años de educación prescolar, quienes inician el estudio en el Colegio Humboldt, en su mayoría son provenientes de familias alemanas, o hijos de egresados. Una segunda modalidad de ingreso se realiza a través del programa de becas, promoción y estimulo social.

El programa de becas, consiste en una oferta abierta sin distinción social ni económica a estudiantes de cuarto grado provenientes de escuelas públicas y privadas de Costa Rica, a quienes se les convoca a realizar una prueba de actitud hacia el aprendizaje del idioma alemán, y una prueba de destrezas lógico matemáticas.

> La prueba consiste en tres partes, una de lógico matemático, otra de español, que comprende la comprensión lectora, homónimos y dictado de palabras, la última parte es un dictado de sílabas. El tiempo máximo es de 4 horas para realizar la prueba, los alumnos inician a las 8 am y finalizan hasta el mediodía, período en el cuál se contempla un receso. (Urbina, 2018, Comunicación oral)

Los alumnos que cumplen con las destrezas requeridas según las pruebas de actitud aplicadas, son convocados junto con sus familias a quienes se les explica detalladamente el proceso de formación y compromiso que deben asumir las familias e hijos durante el cuarto año escolar, año en el que los niños deben cursar en sus respectivas escuelas y a la vez asistir a clases extra horario para prepararse para la transición, con el objeto de adquirir las nociones básicas del idioma alemán. Consiste en clases semanales gratuitas de alemán a las cuales los estudiantes deben asistir dos tardes a la semana durante dos semestres, el primer semestre únicamente clases del idioma alemán con un nivel básico, el segundo semestre los estudiantes reciben clases de matemática en alemán, en donde se trabaja la suma, resta, multiplicación y división al estilo alemán, ambos semestres se deben aprobar para ser electos como estudiantes de quinto grado de la escuela Humboldt. Cabe destacar el ánimo, desempeño, motivación de estos niños y el apoyo de las familias para asumir las obligaciones académicas ya adquiridas en sus respectivas escuelas y sumarle un nuevo reto que de igual forma les demanda tiempo del ya limitado por las tareas escolares y espacios de recreación.

Una vez que los alumnos ingresan a quinto grado, se conforma un grupo homogéneo de estudiantes integrado en su mayoría por alumnos procedentes de instituciones escolares públicas, es importante destacar que gozan de un equipo docente y un programa completo que les guiará durante quinto, sexto, sétimo y octavo grado, en los cuales aprenderán el idioma alemán, para que al ingresar a octavo nivel estén en un mismo nivel y grupo que los alumnos que traen el idioma desde prescolar.

> …, el español, el alemán y el inglés, son los idiomas en el proceso de aprendizaje en el Colegio. Se enseña el idioma alemán para el alumnado cuyo idioma materno es el español y el inglés es enseñado a todos los alumnos como segundo idioma extranjero. (Reglamento Escolar y Reglamentos complementarios, 2016, p.8).

A nivel económico es importante destacar que los padres de familia que forman parte del perfil para acceder a una beca, se les reconoce según estudio previo supervisado por un trabajador social de hasta un 100% en toda su carrera escolar, ante esto es importante el factor académico en términos de rendimiento y de exigencia para tener y mantener la beca que le permite al alumno una educación de calidad a un bajo costo, con facilidades de transporte, alimentación, recursos tecnológicos, crecimiento cultural y otros.

En décimo año los estudiantes deciden si optan por egresarse de secundaria con el programa de bachillerato Nacional o el Abitur, independientemente de si es estudiante, becado o no.

Requerimientos de ingreso a Abitur en décimo nivel

- Aprobar prueba denominada SPRACHDIPLOM nivel 2, (Prueba de idioma alemán, certifica aptitud para estudios universitarios en Alemania, prueba estandarizada que se envía sellada a cada centro educativo).
- Ser admitido por un consejo compuesto por docentes.

Requisitos de permanencia en Abitur en Doudécimo año

- Ganar bachillerato costarricense,
- No aplazar ninguna materia de Abitur

Se ubican colegios alemanes en diferentes partes del mundo como en: España, México, Argentina, Chile, Colombia, Paraguay, Venezuela, Ecuador, Perú, Bolivia, Costa Rica, Salvador, Guatemala, Nicaragua y Uruguay. A nivel mundial existen un total de 890 colegios alemanes.

Colegios Alexander Von Humboldt en México, Ecuador, Perú y Costa Rica.

> La mayor parte de las escuelas alemanas en el extranjero son colegios de doble titulación. Además de los niños alemanes que viven con sus padres en el extranjero, las puertas de las escuelas alemanas están abiertas a alumnos de otras nacionalidades. De los más de 82 000 alumnos que asisten en todo el mundo a alguna escuela alemana en el extranjero, casi el 73 % no son de nacionalidad ni lengua alemana y aprenden este idioma desde cero como una lengua extranjera. (Escuelas Alemanas en el extranjero, s.f., p.1)

Desde el año 2000 el programa DAAD, ofrece a un estudiante destacado del Colegio Alexander Von Humboldt de Costa Rica, una beca completa para estudiar en una universidad alemana.

Metodología

El Colegio Humboldt, cuentan con un equipo docente, capacitado, variado (docentes nativos en Alemania y en Costa Rica), que estimula la formación bicultural desde 1912 a la fecha.

De forma continua se brindan capacitaciones a profesores tanto de bachillerato nacional como del Abitur.

Las capacitaciones se dan en todos los ámbitos del quehacer educativo, desde uso y manejo de paquetes tecnológicos, manejo de clases, metodologías, evaluaciones u otros, cabe destacar que las mismas pueden ser nacionales en internacionales debido a la gran gama de colegios alemanes que hay alrededor del mundo que ofertan Abitur.

Se trabajan áreas fundamentales en el crecimiento individual como la creatividad cultural, habilidades de redacción y de presentación oral, de organización de tiempo y se desarrolla una mentalidad abierta y un entendimiento intercultural. Se cuenta con programas sólidos en el ámbito del servicio social, intercambios culturales, deportivos, domino de tecnologías, como el uso de IPads, pizarras interactivas y programas de pasantías bilaterales.

A nivel de trabajo de aula, la mayor parte del tiempo los estudiantes trabajan en grupos de cuatro, las mesas son para dos estudiantes, lo que hace que el alumno siempre tenga un par a la par.

Lecciones de 40 minutos, 10 lecciones por día en un horario de 7:30 a.m. a 2: 10 p.m. o 3:40p.m.

En las tardes se ofertan clubes a partir de las 2:20 hasta las 3:50 p.m.

El Horario regular de salida de buses es a las 2: 10 p.my 4: 00 p.m.

Evaluación

Cada una de las materias es evaluada por el docente del curso y las notas son inamovibles. Los rubros de evaluación son variados, el mayor peso lo constituye la evaluación escrita, misma que busca el desarrollo de temas estimulando competencias, análisis, comparación, proyectos y ejecución. A dichas evaluaciones se les emplea la escala Humboldt, escala que comprende el grado cognitivo de los estudiantes ya sea de primaria o secundaria, para evaluar cada área disciplinar, esta escala consiste en equiparar los porcentajes de notas nacionales obtenidas con los estándares dictaminados por el Gobierno Alemán, es decir los estudiantes reciben un ajuste en su nota para cumplir con el porcentaje del programa alemán Abitur

A nivel de clase, en la evaluación de cada materia, el docente elije la fecha y hora de las pruebas escritas según su horario y necesidad de igual forma si requiere evaluar individual debe solicitar el aula apropiada previamente.

A nivel porcentual el 60 % corresponde a pruebas escritas y el 40% se asigna a tareas, quices, trabajo en clase, proyectos, presentaciones u otros.

En cuanto la prueba de Abitur, los estudiantes al finalizar noveno año, que eligen cursar el programa de Abitur, el currículo especial se debe cubrir durante tres años, décimo, undécimo y duodécimo, siendo duodécimo el año, en que se presentan las pruebas finales estandarizadas alemanas, el estudiante debe escoger entre realizar pruebas escrita en septiembre o prueba oral en octubre.

En el programa del Abitur los alumnos reciben las materias de: alemán, Matemática Español, inglés, física, biología, historia, Arte y Educación Física.

Los estudiantes una vez finalizado el programa de Abitur deben presentar pruebas estandarizadas, escritas u orales según elija. El desarrollo de las pruebas se realiza bajo la supervisión de un representante del Consejo Permanente de Ministros de Cultura de los Estados de la República Federal de Alemania y su contenido es enviado previamente a esa institución para su aprobación.

Los estudiantes pueden presentar pruebas escritas en las materias de: alemán, Matemática, español, e inglés o Física o biología. Si el alumno decide realizar pruebas orales pueden presentar: Las cuatro materias de las pruebas escritas además de historia y una de las materias que no fueron elegidas para los exámenes escritos.

La prueba escrita consta de dos partes y disponen de cuatro horas, la primera parte es sin uso de calculadora, la segunda parte disponen de calculadora gráfica, para cálculos de integrales, derivadas en donde se resuelven problemas aplicados a la vida real.

La prueba oral tiene dos modalidades:

1) el estudiante no conoce previamente el tema, 20 minutos antes de iniciada la prueba oral se le entrega un problema, el cual debe desarrollar en 20 minutos, de los cuales 10 minutos es para resolverlo y 10 minutos para responder preguntas de un jurado integrado por un máximo de tres profesores.
2) el estudiante previamente propone dos temas que se envían a Alemania, y el Ministerio elije uno de los temas, y a partir de ese momento el alumno dispone de cuatro semanas para prepararse, y presentar su defensa ante un tribunal evaluador, esta prueba implica un nivel mayor de profundización.

Análisis de resultados

El Abitur como proyecto institucional de promoción social ha permitido en los estudiantes: acceder a universidades en Alemania, y otras universidades de países de la unión europea, en las cuales reciben educación superior gratuita.

El Abitur puede ser una opción para estudiantes de escuelas públicas que poseen capacidad y talento y que deseen mejor la calidad educativa, además de la ventaja académica también está la oportunidad de acceder a educación extranjera, aprender el idioma alemán, y los costos económicos son bajos.

El colegio Alexander Von Humboldt, presenta una oportunidad real de acceso a estudiantes destacados en habilidades académicas y lingüísticas, que permite mejorar la calidad en materia educativa a nivel de la enseñanza secundaria, en general y de la matemática en particular, mediante el Abitur.

Entre las principales características del Bachillerato Alemán, Abitur, es que el alumno que opta por esta modalidad, se enfrenta a un nivel superior tanto en la ejecución como en la dimensión de los contenidos, aspectos generales, procesos y términos de ingreso.

El bachillerato alemán permite el acceso de estudiantes a Universidades en Alemania, otros países de Europa y Estados Unidos.

Metodología de la enseñanza que el modelo Educativo Alemán promueve mediante el Abitur a nivel de la enseñanza secundaria, en general y de la matemática en particular.

Elementos Evaluativos que el modelo Educativo Alemán contempla, mediante el Abitur a nivel de la enseñanza secundaria, en general y de la matemática en particular.

Conclusiones y recomendaciones

El programa de becas y promoción social del Abitur ha permitido que estudiantes con grandes capacidades académicas e intelectuales hayan podido acceder a una educación de calidad y a estudios universitarios en el extranjero.

Las únicas dos vías de ingreso al sistema educativo alemán, es en prescolar o quinto grado, lo que permite garantizar de forma continua un seguimiento óptimo en el mejoramiento de aptitudes académicas y de aspiración profesional.

El compromiso y entrega de padres de familia, estudiantes, el colegio y los docentes de la Humboldt son los motores fundamentales para que el programa se mantenga año tras año.

El sistema educativo alemán logra la integración de estudiantes de diferentes esferas sociales, brindado oportunidades de sensibilidad social, compromiso, actualidad tecnológica y responsabilidad.

Referencias bibliográficas

Colegio Humboldt, (2008). Creando el futuro, modelo Educativo y certificados. Recuperado de https://www.colegio-humboldt.edu.mx/modeloeducativo.php

Escuelas Alemanas en el extranjero, (s.f.) ¿Qué es una escuela alemana en el extranjero?, Recuperado de www.make-it-in-germany.com/es/...colegios.../escuelas-alemanas-en-el-extranjero

Jenkins, M. (2015). Crece la brecha en educación secundaria. La Nación 31 de marzo del 2015. Recuperado de http://www.nacion.com/opinion/foros/Crece-brecha-educacion-secundaria_0_1478652128.html.

Moreira, A. (2014). Educación pública versus educación privada.crhoy.com. Recuperado de http://www.crhoy.com/archivo/opinion-educacion-publica-versus-educacion-privada/

Reglamento de Evaluación del Colegio Humboldt San José, Costa Rica 2014. Recuperado de www.humboldt.ed.cr/contenido/files.php?force&file=Reglamento_de...pd

Reglamento Escolar y Reglamentos complementarios, (2016). Recuperado de https://www.colegiohumboldt.edu.mx/reglamento/Reglamento%20Escolar%20Jul2015%20espa%C3%B1ol.pdf

Revista Empresarial EKA, (2014), Billeteras menos gordas a cambio de mentes robustas junio julio 2014, N 332. p.10 Recuperado de http://www.ekaenlinea.com/wp-content/uploads/revista/pdf/EKA332.pdf

Urbina, M. (2018). Entrevista realizada a profesora de primaria Matemática del Colegio Alexander Von Humboldt Costa Rica, Pavas.

Conjuntos numéricos, un enfoque ontosemiótico

Bach. Freddy Ulate Agüero
Tecnológico de Costa Rica
freddy5594@gmail.com

Resumen: Se presenta un análisis sobre la Teoría de conjuntos numéricos abarcada a nivel de décimo año de secundaria en la educación costarricense. Se propone una manera de introducir el tema desde una visión ontológica-semiótica que permita la reflexión de los distintos significados de conjuntos numéricos finitos e infinitos. El análisis se basa en la noción de sistemas de significado personal e institucional de los objetos matemáticos.

Palabras clave: Configuración didáctica, conjunto numérico, infinito, enfoque ontosemiótico.

Introducción

Uno de los temas introductorios al área de relaciones y álgebra en el nuevo programa de estudios de matemática es el de conjuntos numéricos. Como partes de las habilidades específicas tenemos el analizar, utilizar, representar y determinar uniones, intersecciones, complementos y subconjuntos de números reales de manera gráfica, simbólica y por comprensión (MEP, 2012, pág. 443) con el fin de servir como base para la teoría de funciones.

Sin embargo, podemos plantearnos la pregunta, ¿Entenderá realmente un estudiante el *significado de conjunto* y sus implicaciones e importancia en el área de la matemática? No solamente de forma pragmática como un conjunto de objetos sino de manera abstracta con cuestiones propias del lenguaje matemático tales como pertenencia, subconjunto, existencia de elementos, etc. ¿Será capaz de profundizar concepciones de la teoría de conjuntos, tales como las definiciones de conjunto vacío, conjuntos infinitos y sus particulares representaciones?

En este trabajo, a partir de un episodio de clase introductorio al tema de conjuntos numéricos, se abordan nociones importantes de manera informal que constituyen la base para el estudio y formalización de la teoría conjuntista. Esto desde un *enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática (EOS)* haciendo énfasis en el conjunto de prácticas, configuraciones y significados que abasten dicha rama de la matemática.

Objetivos

***Objetivo general*:** Analizar, desde un punto de vista ontosemiótico, la teoría conjuntista de los números reales abarcada en décimo año.

Objetivos específicos:

- Analizar el sistema de prácticas y significados matemáticos propios de la teoría conjuntista
- Establecer las distintas configuraciones y proceso que abastecen la teoría de conjuntos numéricos

Conocimientos previos

Conjunto de los números naturales, enteros, racionales, irracionales y reales.

Marco Teórico

El enfoque ontosemiótico de la de investigación en enseñanza de la matemática (EOS) fue desarrollado en la Universidad de Granada a finales del siglo XIX, como producto de la interacción de investigadores de dicha Universidad con los fundamentos teóricos de la didáctica de la matemática iniciados en Francia. Surge como una necesidad de unificar y clarificar diversas teorías del aprendizaje y enseñanza de la matemática. Se nutre de aportes de diversas disciplinas y tecnologías interesadas en la cognición humana: epistemología, psicología, sociología, semiótica, etc.

El problema central que dio origen al enfoque ontosemiótico fue la incapacidad de dar una respuesta clara y concisa, por parte de teorías como la Teoría de Situaciones Didácticas (TSD), la Teoría Antropológica de la Didáctica (TAD) y la Teoría de Campos Conceptuales (TCC) y la Dialéctica Instrumento-Objeto y el Juego de Macros, a la reflexión epistemológica sobre las matemáticas. Dicho problema se plantea de la siguiente manera:

- PE (Problema Epistemológico): ¿Qué es un objeto matemático? ¿Cuál es el significado de un objeto matemático (número, integral, mediana, etc.) en un contexto o marco institucional determinado?
- PC (Problema Ontológico): ¿Qué significa el objeto O para un sujeto en un momento y circunstancias dadas?

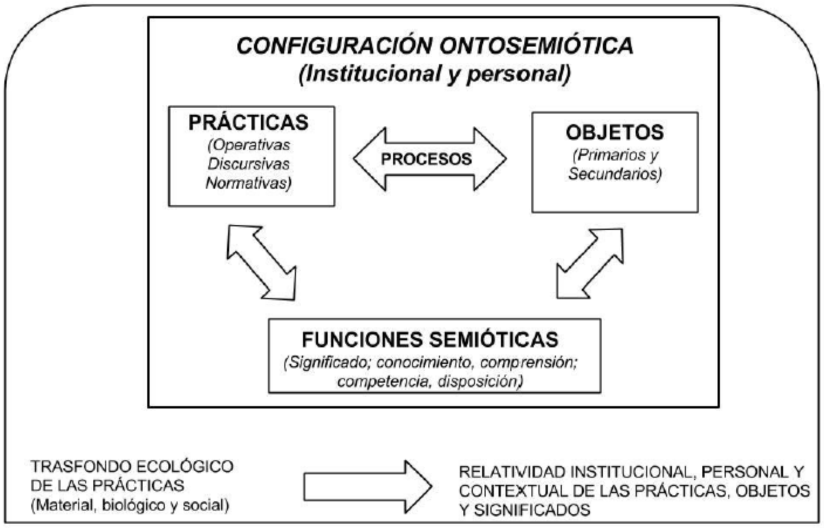


FIGURA 1: Síntesis del EOS (Godino, 2012)

En el afán por sintetizar las teorías antes mencionadas, se vio en la necesidad de comparar, coordinar e integrar bajo un marco inclusivo de herramientas necesarias y suficientes se formuló el problema epistemológico de la didáctica de las matemáticas (PEMD):

> *Dadas las teorías $T_1, T_2, \cdots, T_n$ enfocadas sobre un mismo problema de enseñanza y aprendizaje de la matemática, ¿Es posible elaborar una teoría T que incluya las herramientas necesarias y suficientes para realizar el trabajo de las T_i?*

Las herramientas que integran la EOS se han refinado gradualmente bajo tres etapas donde se modifica ligeramente el objeto de investigación.

En la *primera etapa* se propuso como análisis "los sistemas de prácticas manifestadas por un sujeto (o en el seno de la institución) ante una clase de situaciones-problema" (Godino y Batanero, 1994 y 1998).

En la *segunda etapa* se vio la necesidad de elaborar modelos ontológicos y semióticos (de ahí el nombre "Ontosemiótico") más detallados y completos para describir la actividad matemática y los procesos de comunicación de sus "producciones". Se llega a la necesidad de estudiar más a profundidad las relaciones dialécticas entre el pensamiento (las ideas matemáticas), el lenguaje matemático (sistema de signos) y las situaciones-problema. Se busca estudiar los procesos de interpretación de los sistemas de signos matemáticos en la interacción didáctica (Godino, 2002; Contreras, Font, Luque, Ordóñez, 2005)

En la *tercera etapa* el interés se puso en los modelos teóricos sobre la instrucción matemática (Godino, Contreras y Font, 2006) el cual se dividió en 6 dimensiones: epistémica (conocimiento institucional), docente (función del profesor), discente (funciones del estudiante), mediacional (recursos instruccionales), cognitiva (significados personales) y afectiva (actitudes y emociones de los estudiantes ante el estudio de las matemáticas).

Actualmente, las nociones teóricas (o pilares) que componen el enfoque ontosemiótico se clasifican en cinco grupos:

1) ***Sistema de prácticas***: Concebido desde un punto de vista pragmático-antropológico de las matemáticas desde un punto de vista institucional y personal.
2) ***Configuración de objetos y procesos matemáticos***: Analizando la interacción del objeto y su significado (desde sus funciones semióticas) con posiciones realistas de la matemática
3) ***Configuración didáctica***: Sistema de roles del profesorado y los alumnos. Constituye la principal herramienta de análisis de la instrucción matemática. Toma en cuenta los conocimientos institucionales, personales, afectivos y mediacionales (recursos tecnológicos)
4) ***Dimensión normativa***: Conjunto de reglas, hábitos y normas que rigen las prácticas matemáticas y didácticas, mediante el contrato didáctico y las normas socioculturales
5) ***Idoneidad didáctica***: Representan los conocimientos puestos en juego y de los recursos usados en un proceso de estudio matemático. Guía el análisis y la reflexión de las acciones de los agentes educativos.

Además según Godino et al. (2006) ésta expectativa se basa en las nociones de problema matemático, práctica matemática, institución, objeto matemático, función semiótica y las dualidades cognitivas (persona - institución; unitario - sistémico; ostensivo - no ostensivo; extensivo - intensivo; expresión - contenido).

Así se fundamenta como indica Godino y Recio (1998) que el EOS trata de dar una respuesta particular desde el punto de vista de la didáctica de las matemáticas, ampliando las investigaciones realizadas hasta la fecha sobre los significados institucionales y personales y completando la idea de función epistemológica y la cognitiva de la matemática asociada.

Episodio de clase

Se incluye a continuación un extracto de una posible conversación profesor-estudiantes que sirva como introducción al tema los conjuntos numéricos, esto desde un contexto de estudiantes de 10mo año, los cuales, han trabajado con diferentes conjuntos numéricos a los largo del ciclo escolar (Naturales, Enteros, Racionales, Irracionales y Reales). Veamos los posibles conflictos semióticos tanto de los estudiantes como del profesor en torno al tema:

Profesor: ¿Quién me podría dar un ejemplo de conjuntos finitos (o que tienen fin)?

Alumnos: ¿Pueden ser los números uno, dos, tres?

P: Perfecto, ¿Y algún ejemplo de conjunto finitos en la vida real?

A: El conjunto de juguetes, conjunto de mascotas, conjunto de familiares que viven en la casa...

P: Muy bien. Ante todo esto, ¿alguien sabe que es un conjunto?

A: Es un grupo de cosas

P: Llamemos a esas cosas “elementos” ¿Qué sería un conjunto infinito?

A: Un grupo con infinitos elementos

P: ¿Por ejemplo?

A: El conjunto de los números naturales, los números enteros, los racionales, irracionales y los reales

P: Muy bien. ¿Podrían mencionar algún ejemplo de conjuntos infinitos en la vida real?

A: [Los estudiantes se quedan pensando un momento, luego uno de ellos responde]: Las estrellas

P: Los científicos han estimado que en el universo observable hay entre 100.000 trillones a 300.000 trillones de estrellas, ¿Es eso un conjunto infinito?

A: No, pero es un conjunto muy grande

A: [Otro alumno responde] Entonces no existen conjuntos infinitos pues si pensamos por ejemplo en el número de personas en el mundo o los granos de arena en el mar, aunque seas número muy grandes los podremos contar. No serían infinitos.

P: Y sin embargo hablamos de conjuntos infinitos como el conjunto de los números naturales, ¿Por qué?

El profesor continúa la clase explicando y definiendo el concepto de conjunto y conjunto numérico (de acuerdo a lo establecido en el programa de estudios) analizando junto con los estudiantes otras cuestiones tales como:

- ¿Puede un conjunto ser vacío? ¿Qué significa que un conjunto sea vacío?
- ¿Existen los conjuntos infinitos? ¿Cómo entendemos que algo es infinito? ¿Podemos definir tal concepto?
- Supongamos que tenemos un conjunto que tiene todos los conjuntos que no se contienen a sí mismo, este conjunto, ¿Se contiene a sí mismo?

Sistemas de prácticas formales e informales

De acuerdo al enfoque ontosemiótico de la matemática el significado de un objeto matemático es el sistema de prácticas operatorias y discursivas que una persona (una institución, una comunidad de prácticas) realiza para resolver una cierta clase de situaciones problemas en las que dicho objeto interviene mediante diferentes *configuraciones* o interrelaciones de prácticas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos, etc. Veamos cómo se constituyen estos sistemas y como contrastan desde los distintos marcos de referencia formales e informales.

Significados informales

Intuitivamente un conjunto es una colección (clase, agregado, conglomerado, etc.) de objetos, los que pertenecen a (forman parte de, son los elementos de, etc.) el conjunto. Para transmitir diferentes tipos de conjuntos los hacemos mediante:

1. Contadores cardinales y palabras: Podemos denotar los elementos mediante números: 1, 2, 3 de acuerdo a su posición en el conjunto o simplemente enunciándolos verbalmente: "Primero, segundo, tercero..."
2. Características de los elementos: Etiquetas como color (negro, blanco, verde), tamaño (Grande, pequeño), forma (triangular, cuadrada), olor, textura, etc.
3. Ubicación en el espacio, agrupación, patrones

Decimos que un objeto "está en" un conjunto si cumple las características en común con los demás elementos. Comúnmente vemos estos conjuntos como "contenedores" tales como cajas y bolsas. Un "conjunto vacío" lo imaginamos como un contenedor sin objetos y un "conjunto infinito" como un grupo innumerable de cosas del cual ignoramos su final y su número de elementos.

Significados formales

Diversas teorías de axiomáticas conjuntistas han logrado en mayor o menor grado construir proposiciones que modelaran las intuiciones que tenemos de la realidad cuya lista se considere completa, es decir, que todas las propiedades de los objetos se puedan deducir de axiomas. Analizaremos una de ellas, la teoría de Zermelo - Fraenckel desarrollada a partir de los trabajos de E. Zermelo.

- **Símbolos**
    - **Variables:** $\alpha, \beta, x, X, Y, A_1, B_1, \ldots$, en general, letras del alfabeto latino o griego. Se utilizan para denotar conjuntos, elementos y proposiciones.
    - **Signos:** $(,), \neg, \rightarrow, \wedge, \vee, \leftrightarrow, \forall, \exists, |, =, \in, \subseteq$
- **Leyes de Formación**
    - $\boldsymbol{L1}$**:** Toda variable es un elemento.
    - $\boldsymbol{L2}$**:** Si a y b son elementos, entonces $a = b$, $a \in b$ y $a \subseteq b$ son proposiciones.
    - $\boldsymbol{L3}$**:** Si α y β son proposiciones, entonces $\neg a$, $\alpha \rightarrow \beta$, $\alpha \wedge \beta$, $\alpha \vee \beta$, $\alpha \leftrightarrow \beta$ son proposiciones.
    - $\boldsymbol{L4}$**:** Si A y B son conjuntos $\bar{A}$, $A \cup B$, $A \cap B$, $A - B$, $A \triangle B$ son conjuntos
    - $\boldsymbol{L5}$**:** Si α es una proposición y X una variable entonces $(\forall X)(\alpha)$ y $(\exists X)(\alpha)$ son proposiciones.

La definición de *leyes de formación* nos permite establecer medios lingüísticos específicos, técnicas operatorias (unión, intersección, resta), propiedades (pertenencia, subconjunto), argumentaciones (deductivas) propias de los conjuntos numéricos.

- **Axiomas**
    - $\boldsymbol{A1.}$ Axioma de extensionalidad**:** Si todo elemento de A es un elemento de B y todo elemento de B es un elemento de A, entonces A es igual a B.
    - $\boldsymbol{A2.}$ Axioma del conjunto vacío: Existe un conjunto que no contiene ningún elemento.
    - $\boldsymbol{A3.}$ Axioma de separación: Si $P(x)$ es una proposición abierta, y U es un conjunto universo, entonces existe un conjunto A cuyos elementos son aquellos elementos de U que verifican $P(x)$
    - $\boldsymbol{A4.}$ Axioma del Par: Dados don conjuntos A y B existe un conjunto cuyos únicos elementos son son A y B.
    - $\boldsymbol{A5.}$ Axioma de Uniones: Si A es un conjunto, entonces existe un conjunto cuyos elementos son los elementos de los elementos de A.
    - $\boldsymbol{A6.}$ Axioma del Conjunto Potencia: Si A es un conjunto, entonces existe el conjunto de todos los subconjuntos de A
    - $\boldsymbol{A7.}$Axioma de Regularidad: Todo conjunto no vacío contiene un elemento con el que no comparte ningún elemento.
    - $\boldsymbol{A8.}$ Axioma de Conjunto Infinito: Existe un conjunto que tiene infinitos elementos.
    - $\boldsymbol{A9.}$ Axioma de Reemplazo: Si $P(x,y)$ es una función proposicional y A es un conjunto, entonces existe el conjunto de elementos b que verifican $P(x,y)$ para algún $a \in A$

En algunos casos el axioma 8 se toma resultado de $\boldsymbol{A2}$ y $\boldsymbol{A5}$. En efecto considere la existencia del conjunto cuyos elementos son $\emptyset$ y todos los conjuntos de conjuntos que tengan este elemento: $\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}, \left\{\emptyset, \{\emptyset\}, \{\emptyset, \{\emptyset\}\}\right\}, \ldots$ Con esta idea, podemos comunicar a los estudiantes ejemplos de conjuntos infinitos.

Configuraciones de objetos y procesos matemáticos

A nivel de interacciones entre el objeto denominado “conjunto” y su significado tenemos diferentes maneras de expresar lo que se entiende como tal y lo que se pretende sea la normativa de los procesos y prácticas propias de la disciplina. Un conjunto puede ser representado de distintas maneras, particularmente hacemos una distinción en procesos de comunicación entre los conjuntos finitos e infinitos.

<u>Representaciones de conjuntos finitos</u>

Considere el conjunto P: *Los números pares menores que diez*

- **Verbal:** Texto que representa el conjunto mediante el lenguaje literal. La representación verbal de P sería: Cero, dos, cuatro, seis, ocho.

- **Diagramas:** Son representaciones gráficas. Por ejemplo, la figura de la derecha representa el diagrama del conjunto P.
- **Por extensión:** Se nombra cada uno de sus elementos o una parte de ellos. P se denotaría por extensión así: $\{0, 2, 4, 6, 8\}$
- **Por comprensión:** Se da la propiedad que caracteriza todos sus elementos. En el paso de P: $\{x \mid x \text{ es par } \wedge x < 10\}$

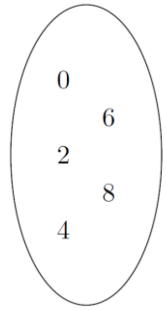


FIGURA 2: Diagrama del conjunto P

Representaciones de conjuntos infinitos

Estos tipos de representaciones son propias de los conjuntos infinitos. Principalmente de subconjuntos de los números reales.

Considere el conjunto Q: *Los números mayores que cero.*

- **Simbólica:** Se nombra mediante caracteres propios de la simbología matemática En el caso de Q tenemos el símbolo: $\mathbb{R}^+$
- **Intervalo:** Se utilizan corchetes o paréntesis. Pueden ser abiertos, cerrados, semiabiertos e ilimitados. Por ejemplo el conjunto Q se representa mediante intervalos de la siguiente manera: $]0, +\infty[$
- **Gráficamente:** Se representan mediante un segmento de la recta real. La figura de abajo muestra el conjunto Q representado en la recta real.

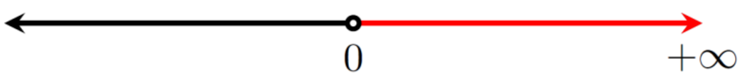


FIGURA 3: Gráfico del conjunto Q

Estas representaciones de conjuntos no son excluyentes. Es decir, algunos conjuntos infinitos pueden representarse también por extensión y comprensión. Por ejemplo $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

Note que existe una diferencia de procesos y configuraciones en la transmisión del saber de conjuntos numéricos finitos vs infinitos. Debido a la densidad del conjunto de los números reales, se dificulta la representación mediante diagramas (en el caso de los diagramas de Venn) o por extensión. También hay una diferencia semántica e interpretativa cuando decimos “Conjuntos numéricos mayores que cero” y “El conjunto de números mayores que cero”. Este último se entiende como el mayor conjunto que cuyos elementos sean positivos.

Configuraciones Didácticas

Para la realización de una práctica matemática y para la interpretación de sus resultados como satisfactorios se necesita poner en funcionamiento determinados conocimientos. Si consideramos, por ejemplo, los componentes del conocimiento para la realización y evaluación de la práctica que permite resolver una situación-problema vemos el uso de lenguajes, verbales y simbólicos. Estos lenguajes son la parte ostensiva de una serie de conceptos, proposiciones y procedimientos que intervienen en la elaboración de argumentos para decidir si las acciones simples que componen la práctica, y ella en tanto que acción compuesta, son satisfactorias. En consecuencia, cuando un agente realiza y evalúa una práctica matemática activa un conglomerado formado por situaciones - problemas, lenguajes, conceptos, proposiciones, procedimientos y argumentos, articulado en cada configuración (Font y Godino, 2006, p. 69).

Breve reseña de los conjuntos numéricos

En esta sección se hará un mención del surgimiento de los distintos conjuntos numéricos desde un enfoque praxiológico (no exhaustivo) con el fin de analizar los distintos objetos matemáticos propios de cada configuración.

- **Naturales** $\mathbb{N}$: El hombre primitivo utilizó los números naturales como una necesidad de establecer orden y para realizar cálculos aritméticos como sumas y multiplicaciones. Las nomenclaturas de los sistemas de numeración variaban de acuerdo a cada cultura los conjuntos de símbolos y su orden era sumamente importante para escribir los distintos números. Por ejemplo, en la figura 4 vemos diferentes representaciones numéricas de acuerdo a la base de cada sistema.

Sistema	Representación	Justificación
Romano	MMXVI	$1000 + 1000 + 10 + 6$
Babilonio	◀◀◀▾▾▾ ◀◀◀ ▾▾▾ ▾▾▾	$33 \cdot 60^1 + 36 \cdot 60^0$
Griego	͵βις	$2000 + 10 + 6$
Maya		$5 \cdot 20^2 + 0 \cdot 20^1 + 16 \cdot 20^0$

FIGURA 4: Representación del número 2016 en diferentes sistemas numéricos

Es importante destacar también el aporte hecho por el matemático Giuseppe Peano en el siglo XIX para definir de manera axiomática conjunto de los números naturales mediante los denominados *Axiomas de Peano*.

- **Enteros** $\mathbb{Z}$: Era conocido como el conjunto de los números deudos o absurdos. Las primeras expresiones datan del siglo V, en Oriente. En China, los números enteros negativos se escribían en color rojo a diferencia de los positivos (escritos con color negro). Surgen ante la imposibilidad de realizar operaciones como $3 - 5$. Sus primeras aplicaciones fueron en balances contables para expresar cantidades adeudadas.

- **Racionales** $\mathbb{Q}$: Son producto de la necesidad de resolver ciertas divisiones donde que no eran posibles de solucionar en el conjunto de los números enteros, por ejemplo, $3 \div 2$. En el Papiro de Ahmes se encuentras escritos 87 problemas que tratan con situaciones aritméticas, fracciones, cálculo de áreas, volúmenes, progresiones, reparto de proporciones, ecuaciones lineales y trigonometría.

- **Irracionales** $\mathbb{I}$**:** Su descubrimiento se atribuye a Pitágoras de Samos (580 - 500 a.C.) como necesidad a la medición de cantidades denominadas *inconmensurables* pues su medida en dicho sistema no es un número fraccionario. Por ejemplo, determinar la diagonal de un cuadrado de lado 1, es decir, de acuerdo al teorema de pitágoras, un número que cumpla la ecuación $x^2 = 2$. Más adelante se añaden al conjunto número trascendentes como π, e, φ

- **Reales** $\mathbb{R}$: Incluye tanto a los números Racionales como Irracionales. Su sistematización y construcción fue establecida en el siglo XIX proveniente del estudio riguroso hecho por dos matemáticos en diferentes áreas: La teoría de conjuntos de George Cantor y el análisis matemático de Dedekind. Se resaltan una serie de axiomas que son la base de este conjunto: axiomas de cuerpo, de orden y de completitud.

Conjuntos numéricos como distintas configuraciones

De acuerdo con Godino (2009) existen seis tipos de entidades primarias que amplían la tradicional separación de conceptos y procedimientos del saber matemático, las cuales constituyen la base de las distintas configuraciones de la práctica, las cuales son:

- Elementos lingüísticos (términos, expresiones, notaciones, gráficos, ...) en sus diversos registros (escrito, oral, gestual, ...)
- Situaciones - problemas (aplicaciones extra-matemáticas, tareas, ejercicios, ...)
- Conceptos- definición (introducidos mediante definiciones o descripciones) (recta, punto, número, media, función, ...)
- Proposiciones (enunciados sobre conceptos, ...)
- Procedimientos (algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo, ...)
- Argumentos (enunciados usados para validar o explicar las proposiciones y procedimientos, deductivos o de otro tipo, ...)

Es interesante que conforme se va evolucionando el concepto de conjunto numérico se constatan estas distintas entidades primarias. Considere por ejemplo el primer conjunto numérico: los Números Naturales (Configuración 1). Su base se encuentra en los distintos sistemas de numeración (Configuración 0). Los elementos lingüísticos y las notaciones varían totalmente de acuerdo al marco institucional (cultura) y los contextos de uso en el que nos posicionamos. Los mayas (para citar un caso) fueron los primeros en incorporar en su sistema el número cero. Esto constituye no solo una variante semántica, sino también un modo de accionar distinto en la manera procedimental en las situaciones-problema. Muchas de las dificultades de otros sistemas numéricos a nivel pragmático y operacional provenían a causa de la ausencia de un "elemento nulo".

Los distintos procedimientos se deben destacar también en cada configuración. Por ejemplo el surgimiento secuencial de los conjuntos Enteros, Racionales e Irracional se debe a un problema procedimental en lo más básico de la matemática: La aritmética. Las dificultades de expresar resultados de operaciones como resta, división y potenciación (respectivamente) dieron hincapié al surgimiento de elementos en los conjuntos que se consideraban extraños desde los significados personales pero que parecían necesarios a nivel de significados institucionales.

En algunos casos la separación entre distintas configuraciones es una distancia abismal (como el caso de los objetos que componen los números racionales vs irracionales). Esto pues los significados, las prácticas operatorias (algorítmicas y de cálculo), la institucionalización del saber y la materialización del conocimiento evocan una ruptura del modelo tradicional.

En la *figura 5* se muestran como los distintos significados de los conjuntos numéricos se interrelacionan dando origen a distintas configuraciones cuyas prácticas e instrumentación varían de acuerdo a cada cultura y enfoque ya sea de manera formal o informal. Estas correlaciones dan origen a diferentes objetos del tipo "conjunto numérico".

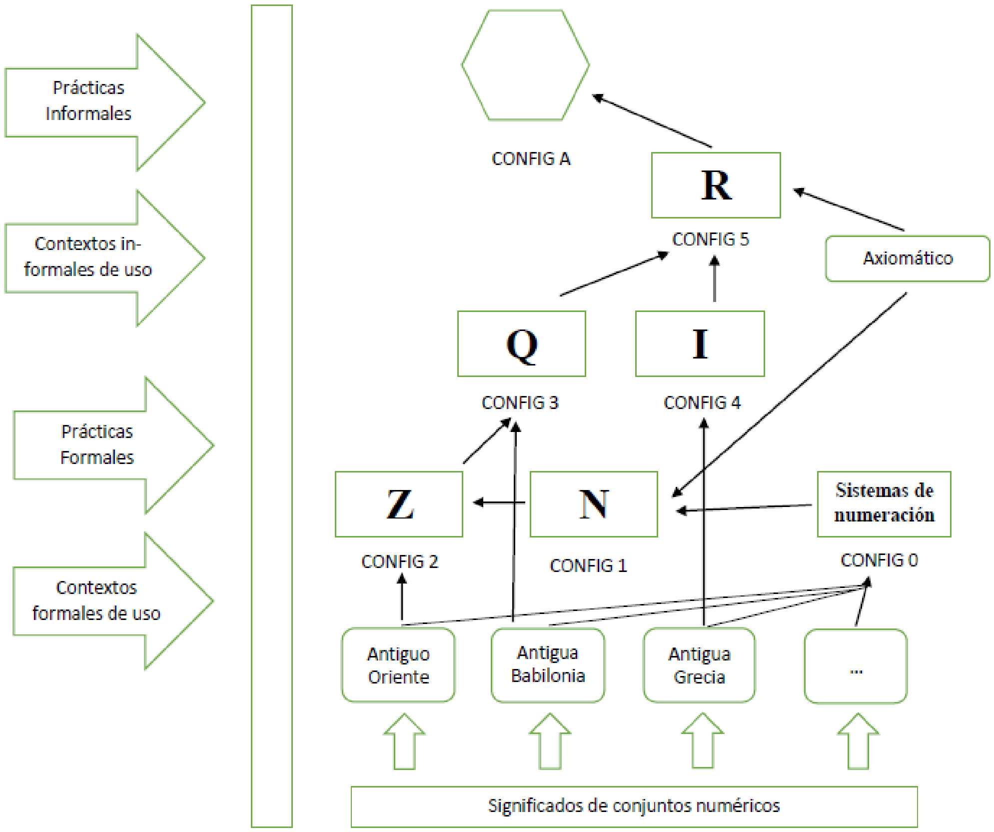


FIGURA 5: Pluralidad de configuraciones para el significado de los conjuntos numéricos

Conclusión

El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática en definitiva muestra ser una perspectiva integral para el entendimiento del fenómeno didáctico desde un punto de vista epistemológico y ontológico. Analiza fenómenos carentes en otras teorías del aprendizaje y brinda un entendimiento profundo, a nivel cognitivo, de lo que se conoce como matemática. Su estudio permite comprender cuán importante es el significado de los objetos matemáticos así como su instauración desde un contexto dado.

La utilización de distintas configuraciones de objetos y procesos matemáticos es fundamental si queremos pasar de un saber-sabio a un saber-enseñado. El uso de diferentes significantes (tanto representaciones visuales como sintácticas) permite al estudiante profundizar el entendimiento del concepto de conjunto, además de ser algo previsto y necesario enmarcado en la dimensión didáctica.

La formalización matemática brinda una base para entender las dificultades de establecer significados personales tales como la construcción y existencia de conjuntos infinitos. Si bien es cierto, desde un punto de vista de funciones semióticas y prácticas operativas es algo difícil de aplicar no tiene por qué de serlo así desde una idealización del conocimiento institucional. La matemática permite la construcción de conceptos cuyo sentido cognitivo proviene de un conjunto de prácticas argumentativas más que de prácticas aplicativas, aunque eso no excluye que tengan una implicación pragmática.

Anexos

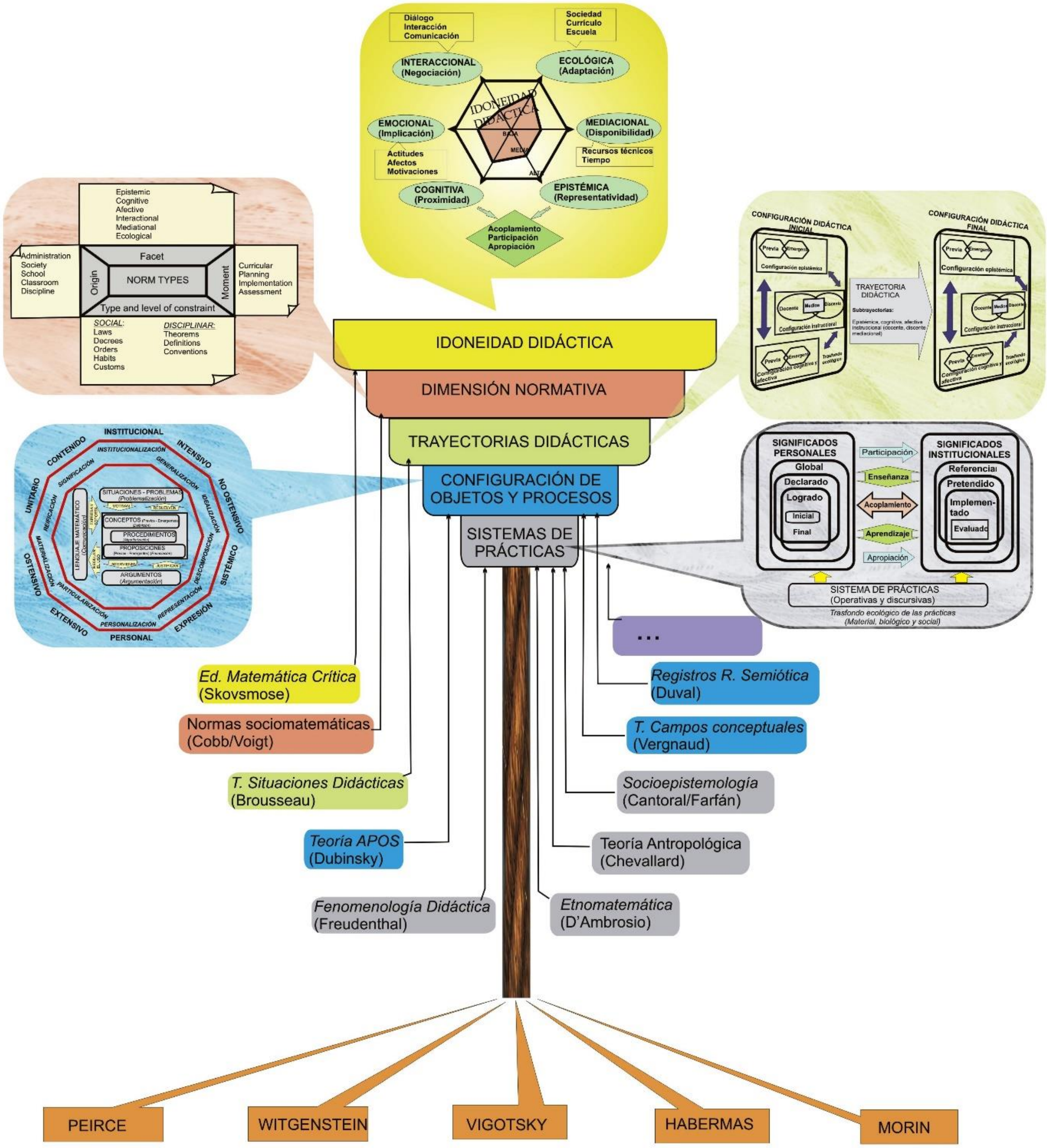


FIGURA 6: Poster alusivo al enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: Teorías y supuestos que lo abastecen

Referencias bibliográficas

Godino, J.D. (2012). Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. Springer-Verlag. 1993. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM

Godino, J. D. (2014). Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos: motivación, supuestos y herramientas teóricas. Universidad de Granada. Disponible en http://enfoqueontosemitico.ugr.es/documentos/sintesis_EOS_2abril2016.pdf

Santilla. (2015). Matemática 10. San José, Costa Rica: Editorial Santillana.

Ivorra, C. (2015). La Axiomática de la Teoría de Conjuntos. Consultado el 5 de Junio de 2017 en el sitio web: http://www.uv.es/=ivorra/Libros/Axiomas.pdf

Renato, A. (sf). Teoría Axiomática de Conjuntos Versión Preliminar. Consultado el 5 de Junio de 2017 en el sitio web: https://upaep.blackboard.com/bbcswebdav/users/isanchez/Prealgebra/Conjuntos\%20R.A.\%20Lewin.pdf

Veldez, V. (2008). Los conjuntos numéricos a través de la historia. Tesis para optar por el título de Profesor de matemática. Buenos Aires, Argentina. Consultado el 5 de Junio de 2017 del sitio web: https://dialnet.unirioja.es/descarga/articulo/2779665.pdf

Contextualización de contenidos curriculares desde la cosmovisión del pueblo Bribri - Cabécar de Costa Rica a partir de la etnomatemática

Ana Patricia Vásquez Hernández
Universidad Nacional de Costa Rica
patrimate76@gmail.com

Rodrigo Torres Hernández
Dirección Regional de Educación Sulá de Talamanca
Ministerio de Educación Pública
rotoher@yahoo.com

Resumen: El presente documento muestra los resultados de investigación del esfuerzo mancomunado entre el Campus Sarapiquí de la Universidad Nacional de Costa Rica y la Dirección Regional de Educación Indígena Sulá de Talamanca, para contextualizar contenidos curriculares de matemática en secundaria a partir de los saberes de la cultura indígena Bribri-Cabécar. Se enmarca dentro del Programa de Investigación en Etnomatemática y se articula a la Red Latinoamericana de Etnomatemática por medio de sus investigadores.

Palabras claves: Etnomatemática; Cosmovisión; Contextualización matemática; Bribris; Cabécares

Introducción

Costa Rica pertenece a la Región Chibcha – Chocó y existen en la actualidad 24 reservas indígenas (Ley N° 6172, 1977). Según el estado de la educación en territorios indígenas:

> En el territorio costarricense, actualmente, el 2.4% de la población nacional son indígenas. El censo 2011 registra 104.143 habitantes indígenas, de los cuales un 35% viven dentro de sus reservas (denominación legal) o territorios indígenas (autodenominación) y un 65% fuera de ellos. La población indígena asentada en sus tierras se ubica en un territorio con un total de 334.447 hectáreas, distribuidas en 24 Reservas Indígenas (Borge, 2012, p. 9).

De esos 24 territorios dos se encuentran en el cantón de Talamanca en la provincia de Limón ubicados en el caribe del país, los Bribri y Cabécar quienes conservan "muchas tradiciones ancestrales […] han sido férreos defensores de su cultura y demuestran una admirable resistencia ante el poder arrollador de cinco siglos de colonización." (González & Gonzáles, 2000, p.11) En parte esa defensa de su cultura se ha visto beneficiada por las condiciones geográficas que presentan grandes montañas que incluyen la mayor altitud del país (3820 msnm). Entre algunos de las características que se mantienen están su lengua materna, vivienda tradicional en forma cónica, organización social por medio de clanes y prácticas espirituales por medio de los awapa (González & Gonzáles, 2000).

Por otra parte, en Costa Rica se han venido presentando cambios en el enfoque de la educación. Dichas modificaciones responden a hechos tales como la presentación de los Objetivos de Desarrollo del

Milenio (2000) donde uno de ellos atiende el componente educación y la creación del proyecto PRELAC en el 2002 para impulsar políticas educativas inclusivas en América Latina. Para el año 2009 el Ministerio de Educación Pública (en adelante MEP) reforma la Política Educativa en Costa Rica respetando la interculturalidad mediante el programa *Lo propio, lo nuestro, lo de todos: Educación Intercultural,* (MEP, 2009). En el año 2013 se inicia una reforma en los programas de estudio de matemática (MEP, 2013a) bajo cinco ejes: contextualización, creencias, actitudes, resolución de problemas y tecnología. Dicha reforma concluye con la incorporación total de los nuevos planes de estudio en el año 2015 (MEP, 2013b). A partir de los cambios realizados se han desarrollado iniciativas para construir material didáctico apegado a los nuevos lineamientos establecidos, el de mayor interés para esta tarea el de contextualización. Algunos de los trabajos realizados son los de Borbón y Gutiérrez (2013) donde abordan el tema de geometría para sétimo y el Trigueros (2014) quien desarrollo el tema de geometría para décimo año. Ambas propuestas están contextualizadas a la realidad costarricense. Sin embargo, cuando nos referimos a contextualización rescatando saberes ancestrales la metodología utilizada para enlazar ambos conocimientos (el propio de la cultura y el propuesto por el currículum) debe ser de respeto y consideración por la aprobación de los pobladores de la cultura, en este caso la Bribri y Cabecar.

Metodología de investigación

Para el desarrollo de contextualización de contenidos, se hace necesaria la investigación sobre los saberes ancestrales de los pueblos Bribri y Cabécar, el cual se realiza por medio de una metodología cualitativa, bajo la etnografía clásica. Posterior se desarrolla la metodología de investigación-acción-participante, donde participan docentes de matemática de los territorios, los maestros de lengua y cultura y los sabios mayores de las comunidades.

Fundamento teórico

Teóricamente se fundamenta en la etnomatemática como un programa internacional de investigación que según D´Ambrosio (2008), "corresponde a la matemática practicada por grupos culturales, tales como comunidades urbanas y rurales, grupos de trabajadores, grupos profesionales, niños de ciertas edades, sociedades indígenas y otros" (p.13) relacionada con entornos socio-culturales. También se fundamenta en la elaboración de unidades didácticas contextualizadas según lo propone Trigueros (2014).

Resultados

Los resultados del proceso se detallan a continuación según etapas:

- **Conversatorios, talleres y capacitaciones:** Trabajo colaborativo de diálogo entre docentes de matemática de los territorios, asesores pedagógicos, supervisores, directores, maestros de lengua y cultura con actores locales.

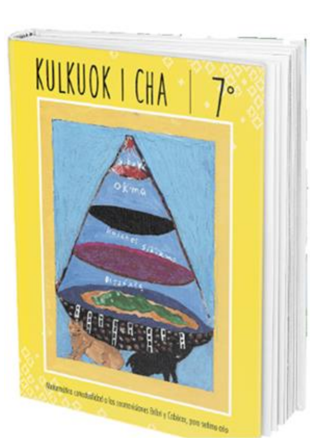
- **Recuperación de saberes y prácticas ancestrales:** Los docentes aprendieron con actores locales prácticas y saberes ancestrales de importancia cultural.

- **Ilustración de la cosmovisión matemática: Los estudiantes de secundaria tomaron los saberes ancestrales identificados, los validaron con sabios de la cultura y los ilustraron.**

- **Diseño gráfico de unidades:** Se realiza con base en el trabajo desarrollado en cada etapa del proceso la construcción de unidades contextualizadas.



Este libro se encuentra dividido en cuatro unidades didácticas:

UNIDAD DIDÁCTICA1: Geometría

UNIDAD DIDÁCTICA 2: Números

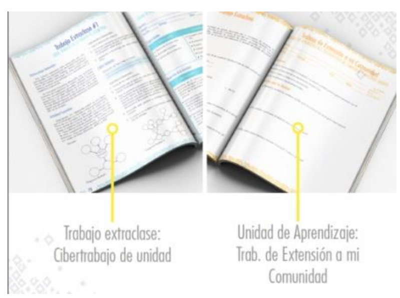
UNIDAD DIDÁCTICA 3: Relaciones y Álgebra

UNIDAD DIDÁCTICA4: Estadística

Cada unidad didáctica cuenta con:

Sección	Descripción	Imagen
Frase célebre de unidad	Consiste en una recolección de ideas, pensamientos y/o sentimientos sobre la educación escolarizada, la educación indígena y la matemática. Cada frase cuenta con autoría de los miembros de las comunidades donde trabajó el proyecto, con el propósito de reflexionar desde la visión comunal.	
Temas	Presenta los temas y contenidos que constituyen la unidad según el programa de Matemática del MEP.	
Saberes locales, conocimientos y habilidades	Presenta una breve descripción de los conocimientos y habilidades occidentalizados a desarrollarse en cada tema según lo emana el MEP. También se presenta al mismo nivel los saberes locales que estarán presentes en el tema de la unidad tanto en español, como en las lenguas bribri y cabécar, los cuales guardan relación temática.	

Mi propia historia	Muestra historias propias y/o prácticas culturales de las comunidades, relacionadas con su saber ancestral. Estas se presentan en las lenguas bribri y cabécar así como su interpretación al español. Pretende ofrecer los elementos básicos para abordar cada tema mediante la reflexión de lo propio. Este aparatado es fundamental para hacer los abordajes etnomatemáticos, ya que se articulan aspectos matemáticos, antropológicos e históricos de la cultura. Aclarando que este aparatado puede tener sentido y comprensión matemática, solo para los descendientes de los pueblos o los estudiosos de ellos, ya que el conocimiento es integral y no disciplinar.	
¿Usted cómo lo resolvería?	Presenta la llamada "situación problemática", eje central de los nuevos programas de estudio de matemática del MEP, donde cada estudiante deberá utilizar su propio conocimiento y metodología para obtener la mejor solución a los casos propuestos. En esta sección se pretende que los estudiantes trabajen de manera grupal o individual y que, al finalizar el tiempo establecido, se compartan las diferentes metodologías utilizadas como un espacio de reflexión ante las diversas formas de abordar una situación.	
Apuntes de clase	Corresponde a un espacio asignado para que cada estudiante tome notas sobre el contenido del tema de unidad.	
Trabajo en clase	Contiene una propuesta de ejercicios a desarrollarse en clase con la guía del docente para abordar las habilidades propuestas. Se entrelaza acá la matemática expuesta teóricamente en el aula y la matemática contextualizada.	

Algo más de historia	Intenta entrelazar la temática de la unidad o alguna temática en particular de la unidad, con otras formas de matemática en el mundo y su historia.	
Reto: Reforzando mis habilidades matemáticas	Corresponde a ejercicios que refuerzan la habilidad lógica matemática del educando y lo preparan paulatinamente para potenciar habilidades que le serán muy útiles al presentar la prueba de aptitud académica de ingreso a las universidades públicas.	
Trabajo extraclase de unidad	Pretende familiarizar al educando con el uso de sitios web. En esta sección deberá ingresar al sitio indicado y desarrollar algún tipo de actividad de reforzamiento de habilidades de la unidad. Asimismo, este apartado desarrolla una actividad formativa de integración de la unidad, donde se refuerzan los conocimientos generales mediante técnicas constructivistas.	
Unidad de aprendizaje: Trabajo de extensión a mi comunidad	Esta sección se crea como respuesta a la inquietud docente de que los y las estudiantes de secundaria valoren sus raíces y hagan partícipes a los grandes sabios de la cultura en su formación. Son actividades a desarrollarse con vinculación comunal, donde los educandos deben observar, analizar, investigar, comunicarse y obtener conclusiones y relaciones, tomando en cuenta los conocimientos locales y los conocimientos del plan de estudios.	

Conclusión

Se concluye que esta iniciativa al ser un proceso pionero en las contextualizaciones curriculares en la asignatura de matemática en los territorios indígenas en Costa Rica, es necesaria y fundamental, el proceso de revisiones y validaciones para procurar la mejor versión del documento.

Así mismo se hace necesario la generación de la metodología de trabajo para trasladar dichos procesos a otros sectores de la población que cuenten con diversidad cultural.

El valor de los saberes y las metodologías locales, articuladas interculturalmente con el currículo escolar de matemática para sétimo año, da resultados muy interesantes, ya que se evidencia que el aprendizaje se hace por medio de la cultura y las temáticas con abordadas desde el punto de vista de la cultura, le es más sencillo al estudiante comprender que diversas metodologías para tratar un caso particular.

Desde el Programa de Investigación en Etnomatemática, y desde su visión educativa, esta plantea la problematización del conocimiento matemático escolar, por querer brindar al educando una solo perspectiva de abordaje de estas, sin embargo la etnomatemática plantea una educación comparada entre las matemáticas escolares como representantes de una cultura globalizante y las etnomatemáticas como representantes del conocimiento matemático local.

Referencias bibliográficas

Objetivos de Desarrollo del Milenio, C. (2000). Declaración del Milenio. Resolución aprobada por la Asamblea General, Naciones Unidas, Nueva York, 13.

Borbón, A y Gutiérrez, M. (2013). Geometría 7º. Cartago, Editorial Tecnológica.

Borge, C. (2012). Informe final. Costa Rica: estado de la educación en territorios indígenas. Costa Rica.

González, A. y González, F. (2000). La casa cósmica talamanqueña y sus simbolismos. Costa Rica: Editorial Universidad Nacional Estatal a Distancia.

Ley N° 6172. Diario oficial la Gaceta, San José, Costa Rica, 29 de noviembre de 1977.

Ministerio de Educación Pública. (2009). Lo propio, lo nuestro, lo de todos: Educación Intercultural (1era Ed.). San José, Costa Rica: Ministerio de Educación Pública.

Ministerio de Educación Pública. (2013a). Programas de estudio en matemática, transición 2013. Costa Rica: MEP.

Ministerio de Educación Pública. (2013b). Programas de estudio en matemática. Costa Rica: MEP.

Trigueros, E. (2014). Diseño de una unidad didáctica para la enseñanza de la geometría en décimo año mediante la resolución de problemas. (Tesis de licenciatura) ITCR, Cartago.

Deserción en estudiantes de la carrera de Enseñanza de la Matemática de la UNA. Descripción de sus principales características

M.Sc. José Andrey Zamora Araya.
Universidad Nacional
jzamo@una.ac.cr

Resumen: se describen las principales características de la cohorte de estudiantes que, ingresaron a la carrera de Bachillerato y Licenciatura en la Enseñanza de la Matemática en el año 2017. Además, se analizan las cifras de estudiantes desertores de la cohorte según, rendimiento en los cursos, zona de procedencia, tenencia de beca, sexo, nivel educativo de los padres, primera opción de carrera y otras. Finalmente, se presentan posibles causas de la deserción para los estudiantes de la cohorte

La Escuela de Matemática de la Universidad Nacional (UNA), desde el año 2017 ha estado implementando un nuevo plan de estudios basado en el enfoque de competencias. El trabajo presenta un resumen estadístico de las principales características de la primera generación del BLEM, es decir, de los estudiantes que ingresaron durante el año 2017 a la carrera, así como posibles factores asociados con el abandono escolar como lo son: el tipo de beca, la condición de desertor, el sexo, el número de créditos matriculados, entre otras variables.

Palabras clave: Abandono Escolar, Matemática y Enseñanza Superior

Antecedentes

En Costa Rica, existen varios estudios que analizan la deserción a nivel universitario, entre ellos está el de Brenes (2005), que realiza un análisis de la deserción estudiantil en universidades estatales y privadas para la cohorte de 1996, estudiando variables como graduados en tiempo establecido, graduados en general, porcentajes de deserción, área de conocimiento del alumno, eficiencia de la titulación, repitencia, beca, sexo, edad, educación de los padres, tipo de colegio, carrera de ingreso, entre otras. Como resultado, obtiene que la deserción afecta más a los estudiantes con las siguientes características: la edad supera los 24 años, casados, provenientes de colegios nocturnos, no ingresó a la carrera deseada, trabaja, los padres tienen bajo nivel educativo y sin beca.

Otra investigación, es la realizada por Abarca & Sánchez (2005), que realizaron un estudio en la UCR para las cohortes de los años que van de 1993 a 1998. Entre sus principales resultados están, que no existe diferencia significativa por sexo y tipo de colegio (público y privado) en cuanto a deserción, pero sí existe una mayor proporción de estudiantes desertores provenientes de colegios técnicos y nocturnos. En la UNA, también se han realizado estudios sobre deserción como el de Rodríguez & Zamora (2014b), quienes establecen una tipología que clasifica a la población universitaria en seis categorías: población graduada en el tiempo establecido, población graduada con rezago, población egresada, población rezagada activa, desertor temprano y desertor itinerante. Además, estos autores realizaron otro estudio, donde profundizan en las categorías de desertor temprano e itinerante para las cohortes del 2005 al 2008 de la UNA, por medio de un análisis de supervivencia en tiempo discreto y otros análisis multivariados (Rodríguez & Zamora, 2014a). Los principales resultados del trabajo son: la mayor parte de los desertores abandonan antes del tercer ciclo a partir de su ingreso, la condición de beca, el porcentaje de créditos aprobados, la nota del examen de admisión y la nota del colegio son los principales factores asociados con el fenómeno.

Asimismo, en la Escuela de Matemática de la UNA se han realizado dos investigaciones sobre la deserción en la carrera de Enseñanza de la Matemática. La primera de Chaves (2003), que realiza un estudio descriptivo de la deserción y permanencia de la carrera en las cohortes de 1995 a 1998 y determina que el 60.4 % de la población desertó y que los hombres ingresaron y desertaron en mayor proporción que sus contrapartes mujeres. La segunda investigación, de Pascua-Cantero (2016), analiza las cohortes de 2007 a 2009 en los dos primeros años de la carrera, utilizando un enfoque mixto. Se muestra que la deserción, en estudiantes de nuevo ingreso para las cohortes analizadas, es de 34,23 %. Además, concluye, por medio del análisis de entrevistas semi-estructuradas a estudiantes desertores, que la falta de preparación para llevar cursos de matemáticas, el ambiente de aula, la poca flexibilidad en los horarios, las dificultades para comprender la materia en algunos cursos, la integración educativa, la situación económica y las expectativas erróneas acerca de la carrera; fueron factores que repercutieron en la integración social de los estudiantes y en su posterior decisión de retirarse de la carrera.

Por ende, el presente trabajo pretende analizar el fenómeno de la deserción en el nuevo plan de estudios de la carrera BLEM (2017) y para ello se describen las principales características de la cohorte de estudiantes que ingresaron en el año 2017.

Descripción de la cohorte 2017

Durante el proceso de empadronamiento al BLEM 2017, se inscribieron 65 estudiantes, no obstante, uno de ellos no concretó matrícula, por tanto la cohorte estuvo compuesta por 64 personas. De ellas, cinco no se presentaron a clases o retiraron el curso antes de las primeras evaluaciones, por lo que solo se cuenta con información para 59 estudiantes.

Al inicio del curso lectivo 2017, se aplicó un cuestionario auto-administrado a estos 59 estudiantes que, de ahora en adelante, serán considerados como la cohorte 2017 del BLEM.

Posteriormente, una vez finalizado el primer ciclo 2017, se identificaron con ayuda de los profesores de la Escuela de Matemática, a los estudiantes que potencialmente podrían desertar y se les contactó telefónicamente, con el fin de verificar si efectivamente habían desertado. Si este era el caso, se les aplicó otro cuestionario, durante el segundo ciclo, para conocer las razones de su decisión.

Es necesario destacar que se trabaja la deserción por ciclo, ya que la definición de desertor, para efectos de este estudio es: aquel estudiante que, por un período de un ciclo, no matricule ninguna materia del programa BLEM, cuyos códigos inicien con las siglas MAC.

No obstante, al ser el 2017 el primer año donde se implementa el plan de estudios BLEM, los estudiantes que reprobaron el curso MAC 400 Matemática Fundamental, presentan el inconveniente de que no pueden matricular ningún curso con siglas MAC el segundo ciclo. Por ello, la coordinación de carrera recomendó, a los estudiantes que perdieron el curso MAC 400, la matrícula del curso MAT001 Matemática General junto con los cursos del bloque pedagógico (siglas DEY), estudios generales, idiomas u optativos. Además, durante el primer ciclo, algunos estudiantes no matricularon materias del componente pedagógico, solamente del área de matemática o viceversa.

Variables sociodemográficas

En primera instancia, se realiza una descripción de las principales variables sociodemográficas de los estudiantes del BLEM que ingresaron a la carrera durante el año 2017, como lo muestra la tabla 1. En ella se aprecia como la mayoría de los estudiantes de la cohorte 2017, provienen de colegios públicos, urbanos, se dedican, en un alto porcentaje solo a estudiar y en su mayoría, deseaban estudiar en la UNA.

Tabla 1: UNA: Variables sociodemográficas de los estudiantes del BLEM. Cohorte 2017

		Frecuencia	Porcentaje
Sexo	Mujer	29	49.15
	Hombre	30	50.85
Zona	Rural	25	42.37
	Urbano	34	57.63
Beca	SI	28	47.45
	NO	31	52.54
Trabaja	SI	6	10.17
	NO	53	89.83
Colegio	Público	53	89.84
	Privado	3	5.08
	Subvencionado	3	5.08
1 Opción de Universidad	UNA	40	67.80
	UCR	13	22.03
	ITCR	6	10.17
Deserta I ciclo 2017	SI	26	44.07
	NO	33	55.93

En cuanto a las variables sexo y tenencia de beca, las proporciones de sus respectivas categorías son muy similares. En cuanto al porcentaje de estudiantes desertores, durante el primer ciclo, fue bastante alto (44.07%), sin embargo, durante el segundo ciclo no se pudo constatar la deserción de ningún estudiante.

Variables académicas

Por otra parte, un resumen de las principales variables numéricas se muestra en las tablas 2 y 3 donde se muestra la matrícula de los estudiantes del BLEM, en los diferentes cursos, durante los dos ciclos del año 2017.

En la tabla 2 se muestra el comportamiento de la matrícula por ciclo, para la cohorte 2017. En este sentido es importante mencionar, que un estudiante lleva bloque completo, si matricula todos los cursos del plan de estudios correspondientes al ciclo lectivo. Esto significa que son estudiantes que no presentan ningún tipo de rezago.

Tabla 2: Estadísticas descriptivas de las variables académicas para la cohorte 2017

	Cantidad	Mínimo	Máximo	Mediana	Promedio	Des.Est	CV
Edad	59	16.0	37.0	18.0	19.1	3.5	0.19
Cursos I ciclo	59	0.0	5.0	5.0	4.4	1.3	0.29
Cursos II ciclo	59	0.0	6.0	4.0	3.3	2.1	0.62
Créditos I ciclo	59	0.0	18.0	18.0	15.7	4.5	0.29
Créditos II ciclo	59	0.0	21.0	14.0	11.6	7.3	0.63
Nota MAC 400	55	0.0	95.0	43.7	43.7	28.9	0.66
Nota MAC 401	16	69.5	89.9	77.3	78.1	6.0	0.08
Nota MAT 001	16	1.0	9.0	7.0	5.8	2.9	0.51

Por su parte, “la categoría matriculó cursos de matemática”, se refiere a los estudiantes que en el segundo ciclo tenían dos opciones, dependiendo de si aprobaron Matemática Fundamental. Si aprobaron el curso, podían llevar la materia de Principios I y si reprobaron, tenían la opción de matricular el curso de Matemática General.

Tabla 3: UNA: Número de cursos matriculados por los estudiantes del BLEM, según ciclo. Cohorte 2017

Nombre del curso	**Frecuencia**	**Porcentual**
I ciclo 2017		
Matemática Fundamental (MAC 400)	55	93.22 %
Nociones Generales de Educación (DEY 400)	54	91.53 %
Ingles Integrado I para otras carreras (LIX 410)	47	79.66 %
Estudios Generales al menos 1	52	88.14 %
Estudios Generales solo 2	48	81.36 %
Otros	2	3.39 %
II ciclo 2017		
Principios de Matemática I (MAC 401)	16	27.12 %
Desarrollo Humano (DEY 401)	37	62.71 %
Ingles Integrado I para otras carreras (LIX 410)	9	15.25 %
Ingles Integrado II para otras carreras (LIX 411)	22	37.29 %
Estudios Generales 1	42	71.19 %
Estudios Generales 2	41	69.49 %
Estudios Generales 3	1	1.69 %
Estudios Generales 4	1	1.69 %
Matemática General	17	28.81 %
Otros	8	13.56 %

Deserción en la cohorte 2017

A continuación, se muestran algunas tablas que, describen la manera en que se asocian algunas de las variables recolectadas con el fenómeno de la deserción para el año 2017.

Por ejemplo, la tabla 4 muestra la condición de desertor, según sexo del estudiante, donde el porcentaje de deserción de los hombres es mayor al de las mujeres. Por su parte, la tabla 5 presenta los resultados de la deserción por zona de residencia, con un porcentaje de deserción ligeramente mayor en estudiantes procedentes de zonas rurales.

Tabla 4: UNA: Comportamiento de la matrícula de los estudiantes del BLEM, según ciclo. Cohorte 2017

Matrícula	I ciclo	II 2017
Cantidad	59	45
Bloque completo	43	7
Rezagados	16	38
Matriculó cursos de matemática	55	33

Tabla 5: UNA: Deserción en estudiantes del BLEM según sexo. I ciclo 2017

	No desertó	Desertó	Total
Mujer	18	11	29
Hombre	15	15	30
Total	33	26	59

En cuanto a la tenencia de beca, el porcentaje de desertores es similar entre los becados y no becados 6. Curiosamente en la tabla 8 los estudiantes que deseaban entrar a la UNA, como su primera opción de universidad, fueron los que presentaron los porcentajes de deserción mayores.

Tabla 6: UNA: Deserción en estudiantes del BLEM según zona de residencia. I ciclo 2017

	NO desertó	Desertó	Total
Rural	13	12	25
Urbano	20	14	34
Total	33	26	59

Tabla 7: UNA: Deserción en estudiantes del BLEM según tenencia de beca. I ciclo 2017

	NO Desertó	Desertó	Total
No Becado	17	14	31
Becado	16	12	28
Total	33	26	59

Tabla 8: UNA: Deserción en estudiantes del BLEM según su primera opción de universidad. I ciclo 2017

	NO Desertó	Desertó	Total
UNA	21	19	40
UCR	8	5	13
ITCR	4	2	6
Total	33	26	59

Tabla 9: UNA: Deserción en estudiantes del BLEM según condición laboral. I ciclo 2017

	NO desertó	Desertó	Total
No trabaja	31	22	53
Trabaja	2	4	6
Total	33	26	59

También existe una pequeña cantidad de estudiantes que labora mientras realiza sus estudios, y evidentemente tienen mayores dificultades para permanecer en la carrera (ver tabla 9). Por otra parte, cuando el nivel educativo de la madre es alto (educación terciaria), la proporción de desertores es menor comparada con niveles educativos más bajos (ver tabla 10)

Tabla 10: UNA: Deserción en estudiantes del BLEM según nivel educativo de la madre. I ciclo 2017

	NO desertó	Desertó	Total
Primaria	14	10	24
Secundaria	6	9	15
Terciaria	11	6	17
Total	31	25	56

Conclusiones

El fenómeno de la deserción es muy complejo, y por ende se debe ser muy preciso a la hora de analizarlo. Por ejemplo, a pesar de que se inscribieron 65 personas para la cohorte de 2017, tan solo 59 de ellas concretaron la matrícula y de acuerdo con la definición de desertor que se adoptó para este trabajo, las 6 personas que no matricularon no son consideradas desertoras, sin embargo, con otra definición las cifras aquí presentadas pueden variar y por ello el cuidado que se requiere para su análisis

En términos generales, la deserción en el nuevo plan de estudios durante el primer ciclo lectivo fue muy alta (44,07%). Además, provenir de una zona rural, tener padres con bajo nivel educativo y ser hombre son factores que se asocian con el fenómeno, y aunque se esperaba que la condición de beca estuviera relacionada con la deserción, los datos muestran lo contrario para la cohorte en estudio.

También es importante señalar, que a pesar de que la matrícula inicial fue de 59 estudiantes solo 43 de ellos matricularon bloque completo, lo que da a entender que muchos alumnos no estaban seguros de seguir en la carrera. Al respecto, es necesario ahondar en las razones de este comportamiento y realizar investigaciones que logren determinar las razones que llevan a los estudiante no matricular el bloque completo de materias de la carrera, así como analizar otros posibles factores que puedan estar asociados con el fenómeno.

Referencias bibliográficas

Abarca Rodríguez, A., & Sánchez Vindas, M. A. (2005). La deserción estudiantil en la educación superior: el caso de la Universidad de Costa Rica. *Revista Electrónica" Actualidades Investigativas en Educación"*, 5. Recuperado de http://www.redalyc.org/html/447/44759911/

BLEM (2017). Plan de estudios de Bachillerato y Licenciatura en Enseñanza de la Matemática. Universidad Nacional: Heredia Costa Rica. Recuperado de: http://www.matematica.una.ac.cr/

Brenes, M. (2005). Deserción y repitencia en la educación superior universitaria de Costa Rica. Consejo Nacional de Rectores, Oficina de Planificación de la Educación Superior.

Chaves-Esquivel, E. (2003). Graduación y deserción en la escuela de matemática de la UNA: Cohortes 1995 a 1998. *Uniciencia, 20(1)*, 115-122. Recuperado de http://revistas.una.ac.cr/index.php/uniciencia/article/view/5969

Pascua-Cantarero, P. (2016). Factores relacionados con la deserción en el primer y segundo año de estudio en la carrera de Enseñanza de la Matemática de la Universidad Nacional de Costa Rica. *Revista Electrónica Educare*, 20(1), 1-23. http://dx.doi.org/10.15359/ree.20-1.5

Rodríguez, M. y Zamora J. (2014a). *Análisis de la deserción en la Universidad Nacional desde una perspectiva longitudinal*. (Ponencia preparada para el Quinto Informe Estado de la Educación). San José: Programa Estado de la Nación. Recuperado de https://estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/005/Magaly_Rodriguez_Analisis_de_la_desercion.pdf

Rodríguez, M. y Zamora J. (2014b). *Operacionalización de la permanencia estudiantil en las carreras de pregrado y grado de la Universidad Nacional*. (Ponencia preparada para el Quinto Informe Estado de la Educación). San José: Programa Estado de la Nación. Recuperado de https://estadonacion.or.cr/files/biblioteca_virtual/educacion/005/Magaly_Rodriguez_Operacionalizacion_de_la_permanencia.pdf

El análisis dimensional y el manejo algebraico en el contexto de la solución de ejercicios de física general 1

M. Esteban Corrales Quesada
Instituto Tecnológico de CR.
escorrales@itcr.ac.cr
esteban15cr@gmail.com

Marco V. López Gamboa
NeuroAula/I.S. Corporación
mlopez@iscr.com
mviniciopcn@gmail.com

Resumen: En el presente trabajo, se detallarán aspectos relevantes al análisis dimensional y el SI (Sistema Internacional de Unidades) que, junto con el manejo algebraico, son herramientas usadas para la resolución y verificación de problemas de física, en este caso, ejemplificados en ejercicios del curso de física general 1, realizados por estudiantes de diversas ingenierías, donde se muestran errores tanto de análisis dimensional, como de manejo algebraico y por supuesto conceptuales.

Palabras clave: análisis dimensional, manejo algebraico, ecuación, formulas, aprendizaje mecánico, aprendizaje significativo

Introducción

En general en la enseñanza de la Física se abordan fórmulas y ecuaciones para resolver diferentes situaciones, desde el cálculo de la duración del recorrido de una partícula, en un movimiento rectilíneo hasta la determinación de un campo magnético por un solenoide, solo por mencionar un par de casos. Y para todo lo anterior, es sumamente importante conocer y comprender las herramientas matemáticas, sino, también las unidades de las magnitudes físicas con las que se está trabajando, además de los conceptos principales de las magnitudes físicas, que son representadas por las variables, en las diferentes ecuaciones de cualquier tópico de física.

Interpretación de conceptos y aprendizaje mecánico

Es fundamental para el desarrollo del aprendizaje de la Física, el dominio de las unidades de todas las cantidades físicas del respectivo tópico en cuestión no solo para comprenderlo, sino para que tenga coherencia dimensional; ya que la Física depende de las mediciones que se hagan y por ende de las respectivas unidades; sin dejar de lado a la Matemática, específicamente al Álgebra y a la Aritmética las cuales son herramientas fundamentales de la Física Básica y de secundaria; mientras que el Cálculo Diferencial e Integral, Métodos Numéricos y Ecuaciones Diferenciales para Física más compleja y avanzada, pero que no abordaremos en este caso.

Lamentablemente muchos estudiantes ven en los cursos de física introductorios; la simple aplicación de ecuaciones; sin entender su significado físico, como lo plantea Misner en el prólogo para Mazur (s.f):“La ecuación es fácil de memorizar, difícil de usar y más difícil de entender”.

Para muchos de los estudiantes, el valor esencial de un curso de física introductoria no radica en el aprendizaje, digamos, de esta ley de mecánica, sino en la adquisición de destrezas que los físicos usan al trabajar con estas leyes. Destrezas importantes que son transferibles a otras áreas y que incluyen la simplificación, idealización, aproximación, representación pictórica, gráfica y matemática de fenómenos y más generalmente, modelaje matemático/conceptual. Pero la idea de que la física consiste toda en ecuaciones y matemática es un mito tan arraigado entre los estudiantes, que muchos de ellos se rehúsan a pensar, si como alternativa pueden encontrar una ecuación para memorizarla.

De ahí que los estudiantes, al interpretar a la Física como el simple uso de ecuaciones, pues conlleva a los errores más usuales en las mismas; como errores de despeje; como de factorización, de exponentes, etc; los cuales podrían detectarse fácilmente si los estudiantes considerarán a las unidades de las magnitudes físicas con las que trabajan en las ecuaciones; pero que lamentablemente no es así. Por otro lado; estudiantes tienden a mecanizar la manera de resolver los ejercicios con la simple aplicación de ecuaciones, basados en problemas de contenidos anteriores, sin analizar lo que significan las nuevas magnitudes físicas y variables con las que están trabajando, sin mencionar la responsabilidad de los docentes en estos casos, ya que usualmente caen en la costumbre de enseñar la resolución de ejercicios de Física, con simples despejes de ecuaciones sin su respectivo análisis conceptual, dimensional, etc. Como lo mencionan Jiménez y Segarra (s.f),

> Las experiencias de los docentes, así como los usos, costumbres y valores de nuestro entorno hacen que los profesores conciban ideas sobre la solución de problemas que llevan consigo y ponen en juego cuando les corresponde enseñar física”. Y, al igual que sucede con los alumnos estas ideas ‘parecen funcionar’ satisfactoriamente. Por ejemplo: un profesor de física en un curso con estudiantes de 13 a 14 años aplicó como parte de un proyecto de investigación un cuestionario en el que pretendía indagar qué sabían sus estudiantes sobre la ley de Ohm antes de que él abordara este tema. Este profesor, evidentemente incluyó problemas como parte del cuestionario. Uno en especial requería el uso de la fórmula $I = V/R$. Como este tema no la había tratado, el profesor proporcionó la fórmula (y unidades) a los estudiantes. Sorpresivamente cerca del 60% resolvieron correctamente el problema al emplear la técnica tradicional de: datos, fórmula, sustitución y operaciones, Así, en un primer momento pareciera que esta técnica sí es útil ya que permite la solución de problemas ‘nuevos’ de temas que antes no se habían tratado. Por supuesto, habría que repensar si se trata verdaderamente de problemas y qué tan ‘nuevos’ son éstos. Este profesor sí se enfrentó a un problema cuando otro compañero preguntó: si propones a tus estudiantes en el examen de fin de tema, problemas como el que incluiste en el examen diagnóstico, ¿cómo podrías diferenciar si tus estudiantes aprendieron la ley de Ohm o solo aplican de manera mecánica una técnica?
>
> Ahora este joven profesor procura diseñar problemas que se alejen de los enunciados tradicionales y que impliquen formas de solución que no se reduzcan a la aplicación irreflexiva de pasos preestablecidos.”

Lo anterior muestra la responsabilidad que tienen los docentes a la hora de enseñar los diversos tópicos en cualquier curso de Física, sobre todo a nivel básico y no solo recetar soluciones “mecánicas”, ya que así no se llegaría a un aprendizaje significativo; y los estudiantes quizás obtengan notas buenas o aprueben los cursos, pero en ocasiones no saben o desconocen la razón y el significado físico de sus soluciones.

Otro aspecto por mencionar son los errores conceptuales posean los estudiantes en los diversos contenidos que se desarrollen en general para cualquier curso de Física. Según Romanos (2014), para él los errores conceptuales son también llamados ideas previas, estructuras conceptuales, preconceptos, conocimientos previos, concepciones, ideas espontáneas, concepciones erróneas, ciencia intuitiva, ciencia de los alumnos, teorías implícitas o teorías en acción. Además, plantea que los orígenes o las causas de estos errores conceptuales son diversos pero el estudio de los mismos ha permitido conocer que el origen está en la experiencia cotidiana y son reforzados por el lenguaje común, más impreciso, que refuerza ideas inadecuadas y aprendizajes inapropiados generalmente

influenciados por el entorno social y los medios de comunicación. Otras causas que también influyen son la utilización de analogías en los libros de texto o por parte de los docentes, la observación y extrapolación de forma "acrítica" de la naturaleza que rodea, el exceso de superficialidad, una enseñanza inadecuada bien porque no se tiene en cuenta lo que los alumnos saben con anterioridad bien porque los propios profesores tienen interiorizados los errores o errores en los propios libros de texto o en el material utilizado.

Lo anterior incide en las bases previas que los estudiantes posean por ejemplo de lo que será la base de este estudio de las unidades de medida de las magnitudes físicas, sistemas de conversión por mencionar algunos en Física y en el caso de Matemática de las herramientas algebraicas elementales como métodos de factorización, leyes de potencias, etc; que son fundamentales para que los estudiantes resuelvan de manera exitosa los diversos ejercicios que se les presenten.

Jiménez y Segarra (s.f), se refieren a los profesores que consideran a los problemas de físicas como la aplicación mecánica de una ecuación para obtener un número.

> A grandes rasgos, para estos profesores un problema es una situación acotada en la que se precisan los datos, números principalmente, y la incógnita; que no requiere de especificar supuestos; que se resuelve mediante la aplicación de una fórmula; y cuya respuesta es un número.

También mencionan que para enseñar este tipo de situaciones en el aula:

- Se explica el tema y se introduce la fórmula matemática correspondiente, se resuelven algunos problemas ilustrativos, los cuales son explicados con orden y claridad, y finalmente se dejan problemas de tarea a sus estudiantes.
- Existe un método correcto para la solución que es el que el profesor revisó en el aula y que consiste generalmente en obtener los datos, identificar la fórmula y aplicarla.
- La articulación de varios temas en un problema no es pertinente ya que confunde a los estudiantes, quienes se abocan sólo al tema que se trata en esos momentos.
- Los problemas cualitativos dudosamente logran que el estudiante aprenda física.
- El profesor no requiere diseñar problemas, éstos se encuentran en los libros a fin de cada capítulo. Y pueden ser resueltos por un buen estudiante.
- Los problemas son un ingrediente esencial de la evaluación.
- La solución de problemas por parte de los estudiantes permite saber cuándo un estudiante sabe física.

Lo anterior junto con la mecanización que los estudiantes desarrollan a la hora de resolver ejercicios de Física, puede repercutir tanto en su desempeño académico como también en su aprendizaje significativo, ya que estos dos factores promueven una resolución de ejercicios de Física a manera de una "receta general" dejando de lados los análisis de conceptos y por supuesto dimensionales.

Sistema Internacional de Unidades (SI):

Según Hidalgo, Murillo, Amador & Gutiérrez (2013):

> El SI es un sistema coherente de unidades, lo cual implica que todas las unidades se pueden expresar como productos de potencias de las unidades base, en las que solo se incluye un valor numérico igual a 1, por lo que no requieren factores numéricos, diferentes a la unidad para relacionar las unidades (por ejemplo: 1 N = 1 $kg^{1}\cdot m^{-1}\cdot s^{-2}$ corresponde a la unidad derivada newton). En este sentido, el Sistema Internacional está mejor estructurado y es mucho más simple; además, se basa en un sistema decimal.

Hidalgo et al. (2013) también plantean lo siguiente:

> El Sistema Internacional de Unidades (SI) tuvo su origen durante la X Conferencia General de Pesas y Medidas (CGPM) en 1954; sin embargo, no fue establecido hasta 1960, durante la XI Conferencia General para unificar mundialmente su uso en la ciencia, la tecnología, la industria y el comercio. Su nombre deriva del francees Le Systeme Internacional d'Unitees.

En nuestro país el uso del SI está regido por la "Ley del Sistema Internacional de Unidades, Ley N° 5292 del 9 de agosto de 1973", según la Gaceta N°56 del mes de marzo de 2011.

Lo que le da un carácter sumamente importante al uso del SI y por ende usarlo de manera correcta.

Las magnitudes físicas y unidades fundamentales según el SI son las siguientes:

Tabla 1: Magnitudes físicas y unidades fundamentales del SI

Magnitud básica	Símbolo de la magnitud	Unidad básica	Símbolo de la unidad
longitud	l, x, r, entre otras	metro	m
masa	m	kilogramo	kg
tiempo, duración	t	segundo	s
intensidad de corriente eléctrica	I, i	ampêre	A
temperatura termodinámica	T	kelvin	K
cantidad de sustancia	n	mol	mol
intensidad luminosa	I_{v}	candela	cd

Fuente: Hidalgo et al. (2013)

Y algunas de las magnitudes derivadas son las expuestas en la siguiente tabla.

Tabla 2: Algunas magnitudes derivadas y sus unidades según el SI

Magnitud derivada	Nombre	Símbolo de la unidad
área (superficie)	metro cuadrado	m^2
volumen	metro cúbico	m^3
velocidad	metro por segundo	$\mathrm{m/s} = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-1}$
aceleración	metro por segundo cuadrado	$\mathrm{m/s}^2 = \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
densidad (volumétrica)	kilogramo por metro cúbico	$\mathrm{kg/m}^3 = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-3}$
fuerza	newton	$\mathrm{N} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
presión, esfuerzo	pascal	$\mathrm{Pa} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m}^{-2} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^{-1} \cdot \mathrm{s}^{-2}$
energía, trabajo, cantidad de calor	joule (julio)	$\mathrm{J} = \mathrm{N} \cdot \mathrm{m} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-2}$
potencia	watt (vatio)	$\mathrm{W} = \mathrm{J} \cdot \mathrm{s}^{-1} = \mathrm{kg} \cdot \mathrm{m}^2 \cdot \mathrm{s}^{-3}$

Fuente: Hidalgo et al. (2013)

Análisis dimensional

Para comenzar a puntualizar a lo que es el análisis dimensional, Resnick, Halliday & Krane (2003), indican algo muy importante:

> Toda cantidad medida o calculada tiene una dimensión. Por ejemplo, la absorción del sonido por un lugar cerrado y la probabilidad de que produzcan reacciones nucleares presentan la dimensión la dimensión de un área. Las unidades en que expresen las magnitudes no afectan a su dimensión: una superficie seguirá siendo tal sin importar si se expresa en m^2 o ft^2, acres, sabines (absorción del sonido) o barnes (reacciones nucleares).

Indicando así, que independiente del sistema de unidades que se utilice, la magnitud física siempre esta conformada por su respectiva dimensión y por ende está tendrá un símbolo que la representa.

Además, Resnick et al. (2003), indican algo que describe lo que este estudio quiere dar a entender con respecto al manejo algebraico y análisis, y que además es básico para el desarrollo en cualquier ejercicio de Física: “Toda ecuación ha de ser consistente desde el punto de vista dimensional, es decir, las dimensiones en ambos lados han de ser las mismas. Si las observamos con detenimiento, no cometeremos errores al escribir las ecuaciones.”

Ellos describen lo anterior de la siguiente forma: La distancia “*x*” que en el tiempo ”*t*” recorre un objeto que parte del reposo y se desplaza con una aceleración constante “*a*” es, como veremos en el siguiente capítulo, $x = 0.5at^2$

La aceleración se mide en unidades como $\mathrm{m{=}s}^2$. Con los corchetes [ ] denotamos “la dimensión de” así que $[x] = \mathrm{L}$ o $[t] = \mathrm{T}$.

De ello se deduce que $[a] = \mathrm{L} / \mathrm{T}^2$ o LT^{-2}. Así pues, teniendo presentes las unidades y por ende la aceleración, nunca estaremos tentados a escribir $x = 0.5at$ o $x = 0.5at^3$”.

Para una mejor comprensión del ejemplo anterior, la siguiente tabla puede ser muy útil:

$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m/s^2} \cdot \mathrm{s^2}$$
$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot \mathrm{s^{-2}} \cdot \mathrm{s^2}$$
$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot \mathrm{s^{-2+2}}$$

$$\Rightarrow$$

$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot \mathrm{s^0}$$
$$\mathrm{m} \stackrel{?}{=} \mathrm{m} \cdot 1$$
$$\mathrm{m} = \mathrm{m}$$

El siguiente ejemplo, ayudará a la comprensión de lo anteriormente expuesto:

Ejemplo 1:

La distancia “x*”* que en el tiempo *”t”* recorre un objeto que parte del reposo y se desplaza con una aceleración constante *”a”* es, como veremos en el siguiente capítulo, $x = 0.5at^2$

Solución:

Teniendo en cuenta que $[x]$ = m, $[t]$ = s y $[a]$ = m / s^2, se procede a determinar que la coherencia en las unidades a ambos lados de la ecuación dada en el enunciado:

Se omite el 0.5 en el desarrollo del análisis dimensional, al ser una entidad adimensional, es decir carente de unidades.
Con lo anterior, se comprueba que la ecuación dada es dimensionalmente correcta, un procedimiento similar, es el que hace, para comprobar la dimensionalidad en cualquier ejercicio de física. Cabe mencionar, que este análisis, se realiza de forma mental en algunos casos.

Manejo algebraico

En lo referente a este apartado es importante que la Matemática es una gran herramienta para

Física, además de que el estudiante domine los principios básicos como las leyes de potencias, métodos de factorización y por supuesto las cuatro operaciones básicas. También, de saber el principio elemental de que cuando se despejan ecuaciones, el cual es que “las variables cuando se pasan al otro lado del igual se pasan a realizar la operación contraria a que estaban haciendo previamente”. Y en particular para el curso de Física General I y posteriores, se requiere de las herramientas del Cálculo Diferencial e Integral.

El Álgebra es muy importante tanto para la Matemática como para la Física, ya que esta herramienta es el aprendizaje de ambas ramas del conocimiento, como lo plantea González (2012):

> Buscar la naturaleza y significación del lenguaje matemático en nociones, conceptos y la evolución de los mismos, ha permitido encontrar en la historia de las matemáticas razones para la enseñanza de las mismas. Conceptos que trascienden, fundamentan y transforman el desarrollo del álgebra, dan cuenta de la importancia de la simbolización o el uso del lenguaje simbólico en matemáticas a lo largo de la evolución de las ciencias y al buscar en esa naturaleza propia del conocimiento su desarrollo, aparecen dificultades intrínsecas que posiblemente la historia nos revele.

Tanto en el Álgebra, como en la Física, el significado de las variables es importante, sobre todo en la Física, ya que cada variable representa a una magnitud Física, aunque en general para

determinadas áreas del conocimiento que utilizan al Álgebra como herramienta, cada variable o letra tiene un significado según su campo de estudio. Como lo menciona Gonzalez (2012):

> Además el lenguaje algebraico busca no sólo el manejo de los símbolos de tipo operacional y de algunas relaciones como se hace en aritmética, sino también ampliarse con sentido ya que son de distinta naturaleza, en elementos abstractos que se están representando a través de letras, esto no quiere decir que dar significado a estos consista en limitarse a sustituir números por letras, sino números por variables; de esta forma lograr plantear y resolver problemas de distintos ámbitos: aritméticos, geométricos, combinatorios etc.

El siguiente ejemplo plasma el uso del manejo algebraico a la hora de resolver una ecuación:

Ejemplo 2:

Determine el valor numérico de x en la ecuación $2x^3-7=t+4z^2$, sabiendo que $t=1$ y $z=3$

Solución:

Para obtener la x de la ecuación dada se procede:

$$
\begin{aligned}
&2x^3-7=t+4z^2\\
&2x^3=t+4z^2+7\\
&x^3=\frac{t+4z^2+7}{2}\\
&x=\sqrt[3]{\frac{t+4z^2+7}{2}}
\end{aligned}
$$

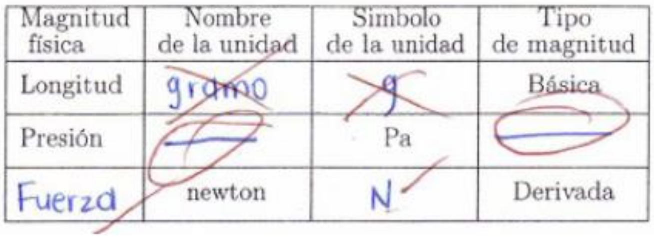
Luego sustituyendo por los valores dados de t y z, se tiene:

$$
\begin{aligned}
&x=\sqrt[3]{\frac{1+4\left(3\right)^2+7}{2}}\\
&x=2.802
\end{aligned}
$$

Es claro, según el ejemplo anterior, se usan herramientas básicas de Álgebra y de Aritmética, desde las leyes de potencia hasta la resta, multiplicación, etc; para resolver la ecuación; esos mismos cimientos conceptuales, junto con los propios de Física, son lo que se utilizan para el desarrollo de ejercicios de Física.

Soluciones de algunos ejercicios por parte de estudiantes:

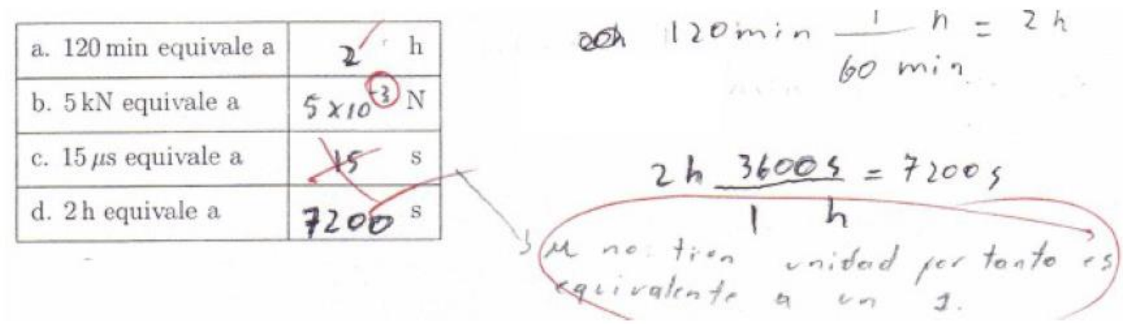
A continuación, se muestran y describen situaciones de análisis dimensional y manejo algebraico realizadas por estudiantes de física general 1, por medio de diferentes ejercicios que les fueron dados para que los resolvieran:



Magnitud física	Nombre de la unidad	Símbolo de la unidad	Tipo de magnitud
Longitud	gramo	g	Básica
Presión		Pa	
Fuerza	newton	N	Derivada

FIGURA 1: Respuesta con errores, por parte de un estudiante.

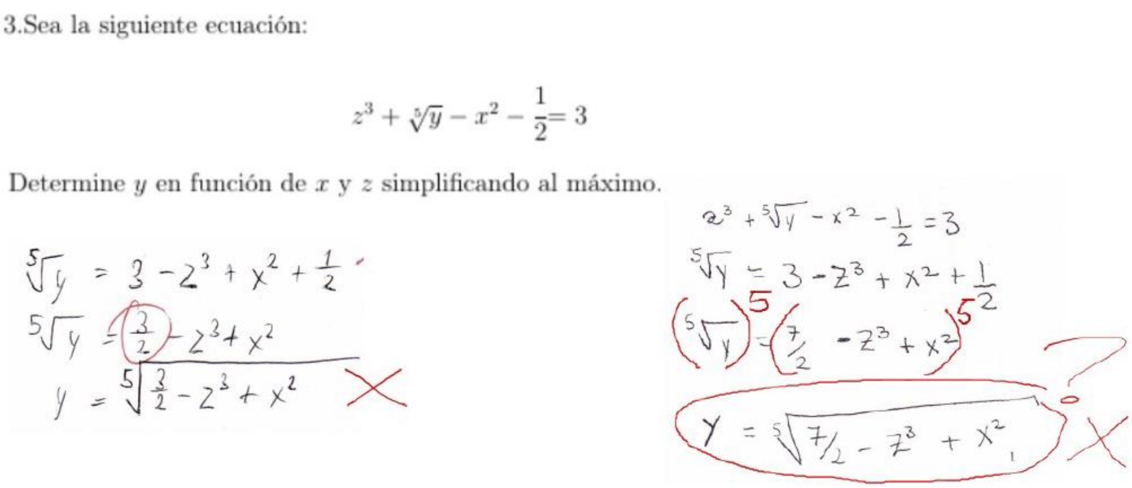
El objetivo de esta pregunta, cuyo enunciado era: “Complete la siguiente tabla referente a magnitudes físicas del Sistema Internacional de Unidades SI”, fue el de sondear conocimientos previos de los estudiantes sobre el SI; obteniéndose, más casos como los representados en la figura 1.



a. 120 min equivale a	2	h
b. 5 kN equivale a	5×10^{-3}	N
c. 15 μs equivale a	15	s
d. 2 h equivale a	7200	s

FIGURA 2: Respuesta con errores, por parte de un estudiante.

El objetivo de esta pregunta, cuyo enunciado era “Complete la siguiente tabla de conversiones” fue el de sondear conocimientos de conversiones y uso de prefijos, nótese en este caso particular, la confusión de la equivalencia del prefijo “kilo” (k) por el de “mili” (m), además del error conceptual y de contexto del prefijo “micro” (μ), al confundirlo con el símbolo y significado conceptual del coeficiente de fricción.



3.Sea la siguiente ecuación:

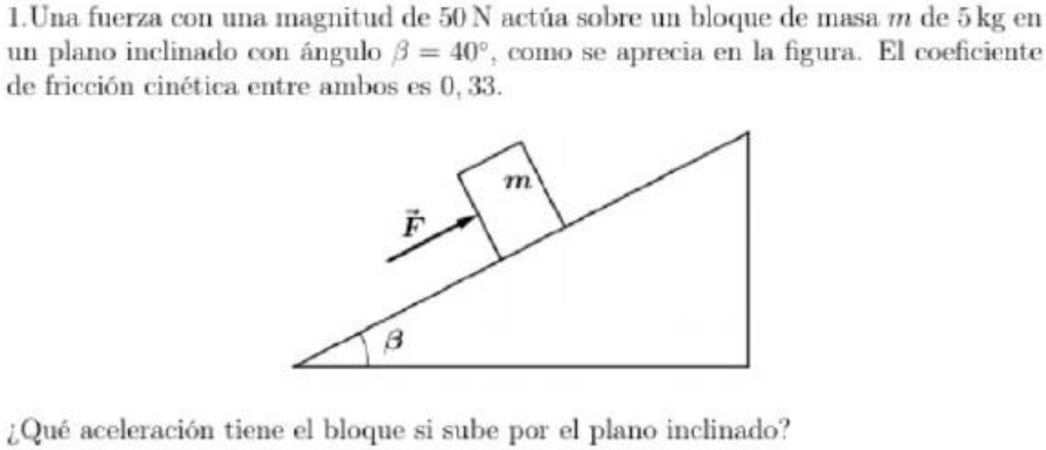
$$z^3 + \sqrt[5]{y} - x^2 - \frac{1}{2} = 3$$

Determine y en función de x y z simplificando al máximo.

FIGURA 3: Respuesta con errores, por parte de un estudiante.

Como se puede observar la finalidad del ejercicio, era conocer las habilidades de manejo algebraico, así como aritméticas de los estudiantes, en esta respuesta, se nota un error aritmético, así como un error en la aplicación de las leyes de potencias.

En el contexto de un ejercicio de física, el uso adecuado de las unidades respectivas de las magnitudes utilizadas serviría para identificar este tipo de errores. Como veremos en las figuras siguientes.


1. Una fuerza con una magnitud de 50 N actúa sobre un bloque de masa m de 5 kg en un plano inclinado con ángulo $\beta = 40°$, como se aprecia en la figura. El coeficiente de fricción cinética entre ambos es 0, 33.

¿Qué aceleración tiene el bloque si sube por el plano inclinado?

FIGURA 4: Enunciado de ejercicio de Leyes de Newton.

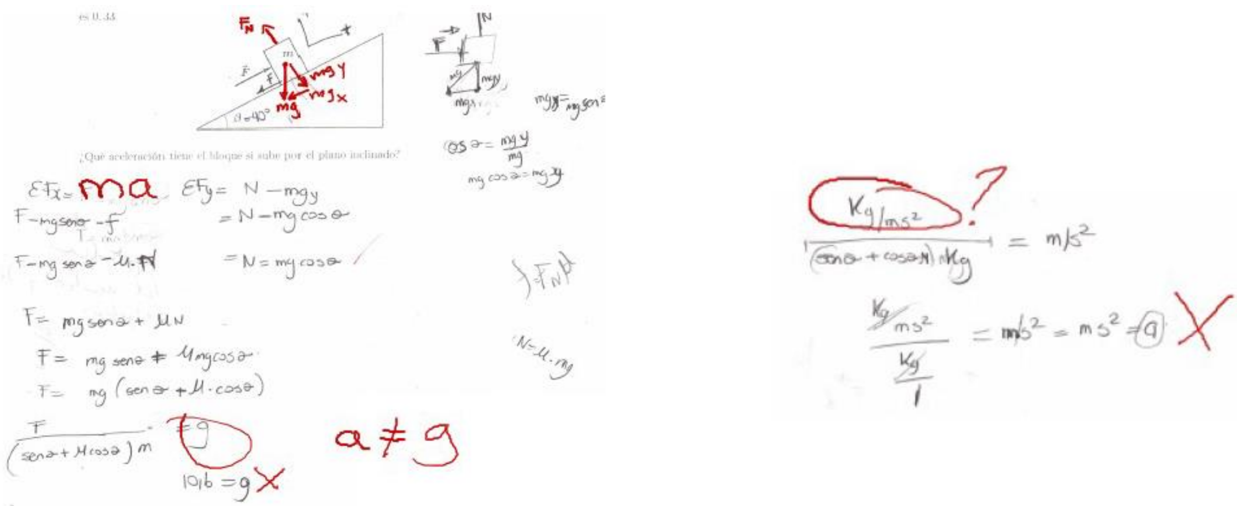


FIGURA 5: Respuesta a ejercicio de Ley de Newton por parte de un estudiante.

Como se puede observar en la resolución de este ejercicio, el estudiante, referente a las leyes de Newton, no considera movimiento acelerado en el eje *x*, si considera las componentes respectivas, pero ya con el hecho de no considerar a la aceleración, presenta un error conceptual en el ejercicio, cosa que además es extraña ya que es lo que se solicita en el enunciado, por ende, a pesar de que los procedimientos algebraicos estén correctos, pues a nivel conceptual el ejercicio esta errado, como ya se ha mencionado, además como se puede observar, simplemente iguala a "*g*", no se entiende por qué hace esta relación con la gravedad, suponiendo que sea a esta a la que mención, en el sentido, que piensa, que es la única aceleración asociada a la situación, según la perspectiva de este estudiante; además si observa hace un análisis de dimensional, que realiza al lado de su solución, esta incorrecto, en la equivalencia del newton, según lo expuesto en la tabla 2.

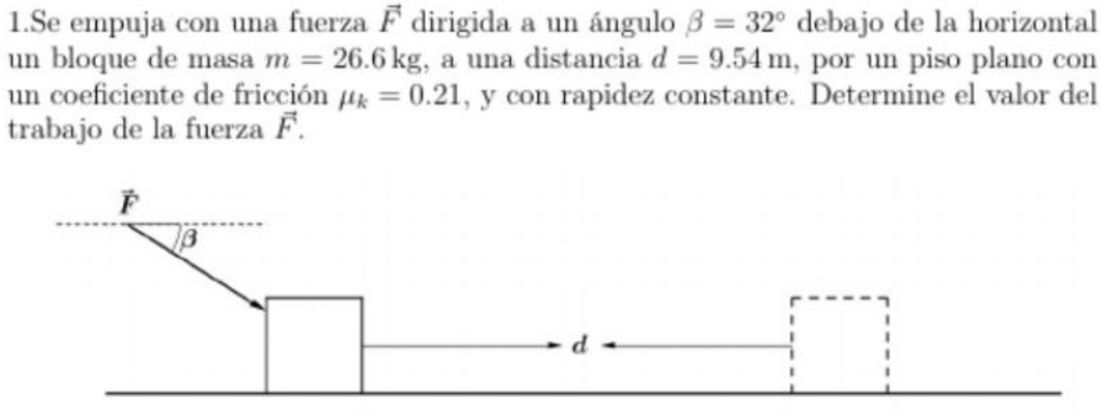

1.Se empuja con una fuerza $\vec{F}$ dirigida a un ángulo $\beta = 32°$ debajo de la horizontal un bloque de masa $m = 26.6\,\mathrm{kg}$, a una distancia $d = 9.54\,\mathrm{m}$, por un piso plano con un coeficiente de fricción $\mu_k = 0.21$, y con rapidez constante. Determine el valor del trabajo de la fuerza $\vec{F}$.

FIGURA 6: Enunciado de ejercicio de Trabajo.

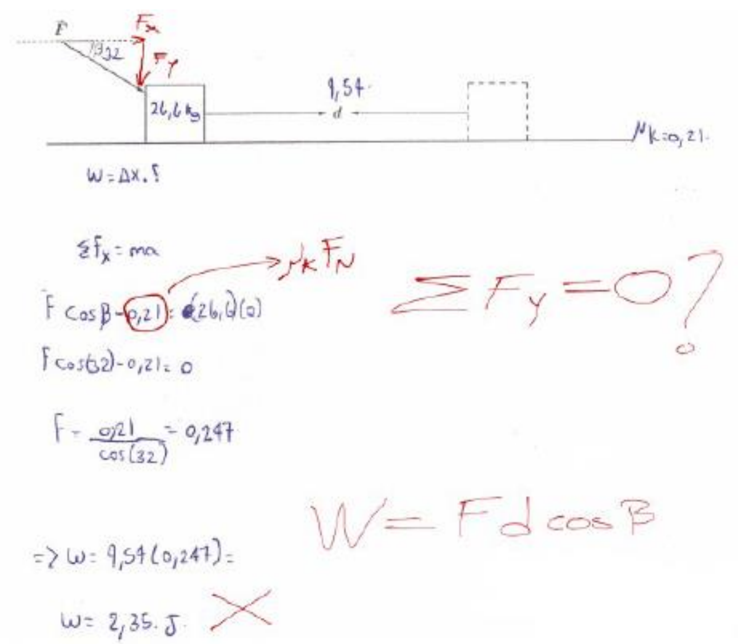
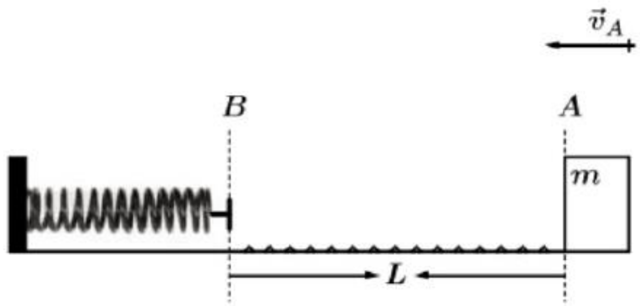


FIGURA 7: Respuesta a ejercicio de Trabajo por parte de un estudiante.

En esta solución, es más claro el error de análisis dimensional desde el inicio, ya que, en su primera línea, en la ecuación que corresponde a fuerzas, en el eje x, solo utiliza el coeficiente de fricción, el cual carece de unidades; cuando lo correcto era usarlo y multiplicarlo por la fuerza normal, según la teoría respectiva. Además, presenta un error conceptual, referente al ángulo de aplicación de la fuerza ejecutora del trabajo.

1.Una caja de m que se mueve con una rapidez v_A (sin influencia de fuerzas externas), entra a una superficie horizontal con rozamiento, de longitud L y con un coeficiente de fricción cinético entre ellas de μ_k. Después de recorrer L, choca con un resorte horizontal de masa despreciable, cuya constante de elasticidad es k y que inicialmente no posee deformación, hasta detenerse. La fricción debajo del resorte es despreciable.



Utilizando el Teorema de Trabajo y Energía Cinética, demuestre que la rapidez con la que caja toca el resorte es:

$$v_B = \sqrt{v_A^2 - 2\mu_k g L}$$

FIGURA 8: Enunciado de ejercicio de Trabajo y Energía.

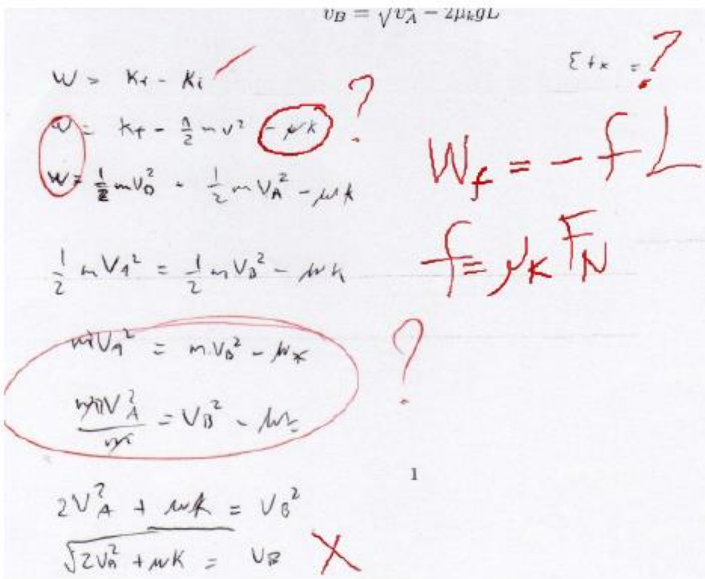


FIGURA 9: Respuesta a ejercicio de Trabajo y Energía por parte de un estudiante.

Nótese en esta solución, el error conceptual, pero asociado a sus dimensiones, referente al trabajo de la fricción, similar al caso anterior, solo usa al coeficiente de fricción cinético, cuando en esa línea de la solución, al ser una ecuación de magnitudes de energía, debe contener elementos con unidades de energía, es decir "joules", comienza bien con el planteamiento del teorema de Trabajo y Energía Cinética, luego comete el error ya mencionado. Inclusive se puede apreciar otro error de carácter algebraico, donde manda a dividir a un elemento (m) de la v_B, con la masa asociada a v_A, lo cual es incorrecto, ya que este elemento no es factor común, es decir, no está multiplicando al coeficiente de fricción.

Conclusiones

Como se puede entender, la solución de ejercicios y su explicación, no solo depende de aplicar una ecuación y/o formula, sustituir valores y obtener un resultado, requiere de un análisis más integral y holístico, en el cual, deben ser considerados elementos como las unidades de las magnitudes físicas involucradas, pero sobre todo, los conceptos asociados, a las situaciones planteadas; como se vio por ejemplo en el ejercicio mostrado en las figuras 5 y 6, además del error dimensional, se presentó un error de concepto, o, eso se piensa, al no considerar a la “aceleración” que era lo que se preguntaba, y una de las posibilidades es que el estudiante, haya considerado que el bloque tuviera velocidad o constante, o simplemente igualo a 0, para seguir realizando un procedimiento.

Recomendaciones

En general, con esta exposición de situaciones, lo que recomendamos tanto a docentes como a estudiantes, primero, no tomar a la ligera el uso de las unidades de las magnitudes físicas, a la hora de resolver problemas, ya sea en un curso de física general 1, como cualquier otro curso física o de matemática aplicada que involucre uso de unidades y que repase y domine los conceptos y significados asociados a cada variable que forma la ecuación y/o formula, que este utilizando, ya que el trasfondo que involucra no es solo de una simple sustitución de valores, sino, que va más allá, representa la interpretación de un fenómeno, explicado tanto cuantitativamente, como cualitativamente. Repasar siempre el capítulo de las unidades y mediciones que viene al inicio de los libros de física general, en el volumen 1 y practicar y repasar procesos algebraicos y por supuesto no considerar a los ejercicios de física, como ejercicios, donde se leen, se buscan datos, se selecciona una ecuación y se busca el dato faltante. Y a los docentes, aunque es probable que ya lo hagan, realizar diagnósticos, para complementar los perfiles de entradas y salida de sus estudiantes, función de los contenidos a desarrollar en los cursos de física que impartan.

Referencias Bibliográficas

González, E. (2012). Del Lenguaje natural al Lenguaje algebraico. El significado de la variable. Una propuesta didáctica basada en el Planteamiento y Resolución de problemas. Recuperado de http://www.bdigital.unal.edu.co/8062/1/erikasofiagonzaleztrujillo.2012.pdf

Hidalgo, L., Murillo, N., Amador, A., & Gutiérrez.D. (2013). *Manual de uso del Sistema Internacional de Unidades: una guía práctica*. Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Jiménez, E. Segarra P. (s.f). Ideas de los profesores de física sobre la enseñanza de la solución de problemas en el bachillerato. Recuperado de https://apice.webs.ull.es/pdf/142-046.pdf

La Gaceta Digital (21 de marzo de 2011) N°56. Recuperado de http://www.gaceta.go.cr/pub/2011/03/21/COMP_21_03_2011.pdf

Mazur, E. (s.f). *Instrucción por pares, manual del usuario*. USA, Universidad de Harvard.

Resnick, R., Halliday, K., Krane, K. (2002). Física volumen 1. México: CECSA.

Romanos, I. (2014). Errores conceptuales en Física en alumnos de E.S.O. y Bachillerato. Propuestas de resolución. Universidad Pública de Navarra, España. Recuperado de http://academica-e.unavarra.es/handle/2454/14503

Enseñanza de la Geometría, desarrollo cognitivo y situaciones didácticas para el II Ciclo de la Educación General Básica Costarricense

M.Sc. Allan Gen Palma
Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica
agen@uned.ac.cr

M.Sc. Eric Padilla Mora
Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica
epadilla@uned.ac.cr

Resumen: la enseñanza y el aprendizaje de la geometría favorece el desarrollo de diversas habilidades, no obstante, su enseñanza debe considerar el desarrollo cognitivo del estudiante, esto permite determinar **cuáles** son los contenidos que se debe enseñar y el **cuándo** enseñarlos, así como **seleccionar las estrategias didácticas** por implementar.

En este artículo se plantean y analizan algunas consideraciones del porqué enseñar geometría desde tempranas edades, además, se describe las etapas de desarrollo del niño, tomando como referencia la propuesta de Piaget. Finalmente, se realiza la propuesta de una serie de situaciones que podrían ser empleadas en la clase, tomando como referencia los aspectos teóricos desarrollados así como los contenidos propuestos en el Programa de Estudio de Matemática del MEP (2015).

Palabras claves: Geometría, enseñanza, etapas del desarrollo del niño, didáctica, construcciones geométricas.

Introducción

La Geometría se encarga, principalmente, del estudio de las formas de las figuras, los cuerpos geométricos, sus elementos y sus relaciones. “Objetos ideales” que podrían estar asociados con entes de la vida cotidiana, en parte, porque se logra descubrir modelos y ejemplificaciones físicas de estos en la naturaleza.

En el artículo fundamentos y estrategias en el aprendizaje de la matemática en educación infantil se señala que dicha disciplina es

> … una herramienta para el entendimiento de las matemáticas de manera intuitiva, concreta y ligada a la realidad y también es considerada como una disciplina, que se apoya en un proceso de formalización, el cual se ha venido desarrollando por más de 2000 años en niveles crecientes de rigor, abstracción y generalidad. (p.2)

Por ende su enseñanza y su aprendizaje podría favorecer el desarrollo de diversas habilidades, como: visualización, modelación, imaginación e intuición, entre otras. No obstante, su enseñanza debe considerar el desarrollo cognitivo del estudiante, lo cual permitirá determinar cuáles son los contenidos que se debe enseñar y el cuándo enseñarlos, así como seleccionar las estrategias didácticas por implementar.

Se iniciará con el análisis y discusión de algunas consideraciones que justifican el por qué y el para qué enseñar Geometría.

Por qué y para qué enseñar Geometría

La enseñanza de dicha disciplina forma parte de los currículos en diversos países desde los primeros niveles de escolaridad, pero a qué se debe dicha situación, para García y López (2008, citados por Padilla y Rojas, 2017), esto podría deberse a que dicha disciplina, entre otros motivos permite:

- *Modelar el espacio observado*

  Es claro que el espacio que nos rodea está conformado por elementos que podrían ser asociados a ciertos conceptos geométricos, los cuales en muchos de los casos tienen un significado concreto. Particularmente, en el caso de los niños: los balones, los legos, los bloques de madera, las ventanas, las paredes y las mesas, forman parte de su realidad. Lo cual les podría permitir "reconocer" formas y figuras, así como aprender a organizar mentalmente el espacio que le rodea y a su vez a orientarse. Aspectos que quizá son los primeros que se ven estimulados de forma inconsciente.

  Al tomar como referente la naturaleza, se nota que existe muchos elementos presentes en ella que comparten, por ejemplo, la misma forma tal como ocurre en las flores, los caracoles, las galaxias, las hojas de los helechos, y la disposición de las semillas de girasol, entre otras. De igual forma existen semejanzas entre las ramificaciones de los árboles, el sistema arterial, las pompas de jabón y las placas de los caparazones de las tortugas.

  Elementos que al intentar modelarse propician el surgimiento de otras áreas, y además contribuyen con el desarrollo de habilidades como: la modelación, el diseño y la imaginación, entre otras, así como intentar representar lo más fielmente posible nuestra realidad física, lo cual contribuye a fortalecer la intuición.

  Al respecto Alsina, Burgués y Fortuny (1987, citados por Martínez, 2013), indican

  En nuestro entorno ambiental estamos rodeados de objetos, formas, diseños y transformaciones (…). Desde la más temprana infancia se experimenta directamente con las formas de los objetos (…). Así, de esta manera se va adquiriendo un conocimiento directo de nuestro entorno espacial. Este conocimiento del espacio ambiental que se consigue directamente, sin razonamiento lógico, es lo que constituye la intuición geométrica. (p.18)

- *Trabajar y manipular mentalmente objetos que podrían considerarse ideales; que, en muchas ocasiones, no obedecen a lo que perciben nuestros sentidos*.

  Generalmente, se parte con el estudio de una serie de nociones geométricas que como objetos son intangibles. Por ejemplo, el punto como ente geométrico carece de dimensiones y de forma, dado que es solo un indicador de posición en el espacio, y por ende no existe en la realidad material. Por su parte la rectitud, asociada a diversos conceptos geométricos tampoco existe en el mundo real, dado que cualquier representación que evoque este término: un caso sería la representación de una recta, al observarla en detalle es posible que se visualice llena de curvaturas.

Para Torres (sf) y refiriéndose al concepto del ángulo, a los niños "no les resulta fácil comprender la independencia del ángulo respecto a la longitud de sus lados, en primer lugar por cuestiones de tipo perceptivo, y en segundo lugar por ese problema conceptual de la infinitud de la recta". (p.4)

Esto hace que los conceptos geométricos básicos: punto, recta, ángulos, plano, paralelismo y superficie, entre otros, que parecieran nociones sencillas de comprender, son complejas debido a su elevado nivel de abstracción.

Por ello, de acuerdo con Padilla y Rojas (2017), al iniciar el estudio de la geometría y sus nociones básicas

> … es importante tener presente que se trabaja con ideales que, aunque se pueden manipular mentalmente o referirnos a ellos a partir de dibujos, imágenes, representaciones y hasta materializaciones concretas, en muchos de los casos, no podrán ser percibidos por nuestros sentidos. (p.10).

Este trabajo mental permite el fortalecimiento de habilidades como la abstracción, la intuición y la imaginación, así como el establecer relaciones entre un mundo ideal y otro real, entre otras.

- *Conocer una ciencia con la cual, a partir de definiciones y axiomas o postulados, que se estiman verdaderos, se construye un sólido edificio de afirmaciones cuya veracidad puede demostrarse*.

La geometría, parte de una serie de definiciones que corresponden a sus elementos básicos, así como de ciertos postulados y, a partir de ellos, se establecen argumentos que puedan validar algunos resultados llamados teoremas, lo cual es en parte la esencia de dicha disciplina.

López y García (2008) al respecto señalan

> El estudio de la Geometría permite al alumno estar en interacción con relaciones que ya no son el espacio físico sino un espacio conceptualizado y, por lo tanto, en determinado momento, la validez de las conjeturas que haga sobre las figuras geométricas ya no se comprobarán empíricamente sino que tendrán que apoyarse en razonamientos que obedecen a las reglas de argumentación en Matemáticas. (p.29)

Así cada proceso de demostración conlleva, una estructura de organización mental que deberá ser evidenciada a partir de argumentos concatenados que justifiquen y den credibilidad a lo que se debe probar o se probará. Todo esto contribuye con el desarrollo de habilidades como: clasificar, argumentar, el razonar de forma lógica, el orden y la observación, entre otras.

Otros aspectos por los cuales consideramos importante la enseñanza de la geometría son

- *Para desenvolverse en la vida cotidiana*.

La geometría posibilita orientarse en el espacio, esto conlleva a que las personas podrían realizar estimaciones sobre formas y aproximar distancias; además favorece el hacer valoraciones y cálculos relativos a la distribución de los objetos en el espacio, lo cual corresponde a la ubicación u orientación espacial. Esto se da producto de una paulatina y consciente organización mental del espacio exterior.

De acuerdo con Torres (sdf) en el proceso de organización lógica del espacio exterior y del desarrollo de una lógica geométrica, se contribuye con la formación de una lógica general en las personas. Lo cual se va adquiriendo a partir de los procesos como: clasificar, ordenar y establecer correspondencias, que hace los niños desde tempranas edades, y que son fundamentales para el trabajo matemático posterior en el aprendizaje de conjuntos numéricos, organización y análisis de datos, entre otros.

Habilidades se va desarrollando a partir de criterios muy simples, de carácter sensomotor, relacionados con la forma, el tamaño y la distancia. Es posible que la apreciación de un mismo objeto o lugar desde distintos puntos de vista, el recorrido habitual de las mismas distancias y los juegos de construcciones sea lo que proporcione los datos necesarios para el conocimiento del espacio y de las relaciones entre los cuerpos que hay en él. Todo esto se da a partir del análisis de las relaciones de conceptos como: junto- separado, abierto-cerrado, recto-curvo, dentro-fuera y cerca-lejos, entre otras.

- *La geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras sociedades actuales*.

El empleo instrumental de la geometría es innegable, el arte, el diseño, las ingenierías y la arquitectura, son ejemplos de disciplinas que hacen uso de ella, a partir de transformaciones, cambios de forma y de posiciones, aspectos que, en muchas ocasiones, permite establecer correspondencia entre la realidad y lo representado.

Esto conlleva al desarrollo de habilidades de aplicación y transferencia. Se espera que con el aprendizaje de dicha disciplina ser capaz de resolver problemas dentro de la misma Geometría, así como de modelar geométricamente situaciones del mundo físico o de otras disciplinas.

Pero además, puede suceder que se logre transferir el contenido aprendido en Geometría a la resolución de otras tareas pertenecientes al ámbito matemático, como ha sucedido en el álgebra.

- *Fortalecer el desarrollo de habilidades motoras a partir del uso de diversos instrumentos geométricos.*

El uso continuo de diversos recursos como: regla, escuadras, porta-segmentos, compás y transportador, permite el fortalecimiento de las diversas habilidades motoras, así como la observación.

Esto se puede realizar a partir de procesos de reproducción de figuras, por ejemplo se podría hacer que se transcriba una figura pero para ello se debe identificar los elementos que la conforman y la manera en que están relacionados dentro de la configuración completa, con lo cual contribuye con el desarrollando la visualización, modelación y de reproducción.

- *Fortalecer habilidades de expresión, análisis, justificación de ideas y argumentación.*

El realizar justificaciones sobre el proceso de solución de diversos ejercicios empleando el “lenguaje geométrico” correcto desde las primeras edades, es fundamental, así como motivar al estudiante a que explique o argumente en cada situación.

Esto favorece el desarrollo de habilidades de comunicación, las cuales están relacionadas con ser capaz de interpretar, entender y comunicar información geométrica, ya sea en forma oral, escrita o gráfica, usando símbolos y vocabulario propio de la Geometría.

Esto es importante dado que algunos términos utilizados en geometría aparecen también en el lenguaje cotidiano, no obstante algunas veces con el mismo significado y otras con un significado muy diferente; por ejemplo, el concepto de radio y de diagonal es muy diferente a las concepciones geométricas de esas palabras.

No cabe duda que con la enseñanza de dicha disciplina se favorece el desarrollo de habilidades, sin embargo, el determinar el cuándo y cuáles contenidos se deben enseñar no debe ser un tema que se tome de forma arbitraria, un marco de referencia que podría contribuir con ello son los estadios del desarrollado cognitivo del niño propuestas por Piaget, los cuales se describen a continuación.

Etapas del desarrollo cognitivo de los niños según Piaget

Jean Piaget (1896-1980), fue un científico, psicólogo y biólogo suizo quien además es considerado uno de los más importantes investigadores de la historia, también es uno de los teóricos más influyentes en la educación Latinoamericana y en particular de la costarricense con el enfoque constructivista, tal y como lo afirma MEP (2015) "En la política educativa costarricense se asumen tres visiones: humanismo, racionalismo y constructivismo" (p.486). Dentro de sus más importantes aportes es el inicio y desarrollo de lo que se denomina psicología del desarrollo.

El trabajo de este científico, en gran parte, se basó en investigar la forma en que los seres humanos evolucionan tanto nuestro conocimiento acerca del medio como nuestros patrones de pensamiento, dependiendo del estadio de crecimiento en la que nos ubiquemos, y es él quien planteó cuatro etapas del desarrollo cognitivo por las que tenemos atravesar los seres humanos.

Jean Piaget concebía la niñez como una relación entre la rápida evolución de los procesos de crecimiento del cuerpo humano en los primeros años de vida y la evolución de las capacidades mentales a través de una serie de fases cualitativamente diferentes entre sí. Estos procesos, son básicamente considerados en forma individual en los seres humanos en su relación con el entorno; o sea, que los niños son los principales promotores de su aprendizaje y de ahí que Piaget considera que el protagonista del aprendizaje es el propio aprendiz, y no sus tutores ni sus docentes. Este planteamiento es llamado enfoque constructivista, que según Ferreira (1999) esto enfatiza la autonomía de la que disponen los individuos a la hora de interiorizar todo tipo de conocimientos; según este, es la persona quien sienta las bases de su propio conocimiento, dependiendo de cómo organiza e interpreta la información que capta del entorno.

Las etapas del desarrollo definidas por Piaget son una secuencia de cuatro estadios que a su vez se subdividen en otras fases. Estos cuatro principales estadios o etapas serán resumidos a continuación según los caracterizaba Piaget.

Etapa sensorio-motora (de los 0 a los 2 años)

Esta es la primera etapa del desarrollo cognitivo del niño y Piaget la sitúa entre el momento del nacimiento y la aparición del lenguaje articulado en oraciones simples, lo cual ocurre por lo general hacia los dos años de edad. Lo que se produce en esta fase del desarrollo es la adquisición de conocimiento a partir del contacto físico con el medio o entorno inmediato. Es así como el desarrollo cognitivo se comienza a gestar a través de juegos de experimentación, muchas veces involuntarios en un inicio, en los que se asocian ciertas experiencias con interacciones con objetos como las cucharas, los móviles y distintos juguetes, personas y animales cercanos, entre otros.

Los niños que se ubican en esta etapa del desarrollo cognitivo manifiestan un comportamiento egocéntrico, esto no significa que sea egocéntrico (o egoísta) simplemente que están en una etapa del desarrollo en la cual ellos son los protagonistas porque aún no han desarrollado un pensamiento en que pueda comprender lo que otro ser va a sentir. Además, en esta fase el niño no comprende que sucede con los objetos que él no percibe, si se le muestra un objeto y luego se le esconde, él no es consciente de la ubicación, para este es como si hubiese desaparecido "mágicamente".

Es en esta etapa del desarrollo cognitivo en la cual recomendamos que al niño se exponga a diferentes sonidos del entorno, incluyendo la música. A su vez es conveniente que el niño experimente el juego con objetos con figuras geométricas como círculos, triángulos, y polígonos en general. Al respecto Vergara (sdf) "…los niños al aprender que los objetos son entidades separadas y distintas, que tienen una existencia propia fuera de su percepción individual, son capaces de comenzar a relacionar nombres y palabras con sus respectivos objetos" (p.6). No hay que olvidar la importancia de los móviles con diferentes figuras y colores en el entorno del niño, dado que esto le favorecerá el desenvolverse en la vida cotidiana.

Etapa preoperacional (de los 2 a los 7 años)

Esta etapa del desarrollo cognitivo, según Piaget, aparece más o menos entre los dos y los siete años, y es en este periodo en donde los niños hacen ingreso a las primeras instituciones educativas del país.

Tabla 1. Relación entre años cumplidos y ciclo educativo

Años cumplidos	Nombre del ciclo educativo
4	Ciclo Materno Infantil
5	Ciclo de Transición
6	Primer año de la Educación General básica
7	Segundo año de la Educación General básica

Fuente: Ministerio de Educación Pública, 2017.

Es justamente en esta epata preoperacional en la que los niños comienzan a adquirir la capacidad de ponerse en el lugar de los demás; o sea, a desarrollar la empatía, por lo que actúan y juegan siguiendo roles ficticios y emplean objetos de carácter simbólico. Sin embargo, el carácter egocentrista se mantiene presente aún en esta etapa, esto conlleva a producir serias dificultades para acceder a pensamientos y reflexiones de tipo abstracto. Según Triglia (s.f.) respecto a esta etapa menciona:

Además, en esta etapa aún no se ha ganado la capacidad para manipular información siguiendo las normas de la lógica para extraer conclusiones formalmente válidas, y tampoco se pueden realizar correctamente operaciones mentales complejas típicas de la vida adulta (de ahí el nombre de este período de desarrollo cognitivo). Por eso, el pensamiento mágico basado en asociaciones simples y arbitrarias está muy presente en la manera de interiorizar la información acerca de cómo funciona el mundo. (p.4)

Por lo anterior no es recomendable, en esta etapa, pretender que el niño aprenda conceptos meramente abstractos, pero sí se le puede introducir a dicho pensamiento mediante la realización procedimientos de carácter intuitivo. De manera que pueda aprender a modelar el espacio observado, desenvolverse en la vida cotidiana y comprender que la geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras actuales sociedades.

Etapa de las operaciones concretas (de los 7 a los 12 años)

Esta etapa comprende a los niños entre los siete y los doce años de edad, y es donde se inicia con las operaciones concretas, además, en esta fase del desarrollo el niño comienza a emplear la lógica para obtener conclusiones válidas, esto siempre y cuando las premisas que considere estén asociadas con situaciones concretas de su entorno y no puramente abstractas. Otro aspecto a considerar en esta etapa cognitiva es que las taxonomías empleadas para clasificar los aspectos del entorno se tornan considerablemente más compleja y la forma de pensamiento ya no es tan egocéntrico. Con respecto a esta etapa que comprende el I-Ciclo de la Educación General Básica los Programas de Estudio MEP (2015) y relacionados con la enseñanza de la geometría, señalan:

> Se apela de esta forma a la construcción de los aprendizajes geométricos en fases crecientes que van desde lo intuitivo, manipulable, pictórico y visual hacia las representaciones más generales y abstractas. Se refuerza la necesidad de ascender por medio de distintos niveles en los aprendizajes geométricos. (p.52)

En el II-Ciclo de la Educación General Básica los programas de estudio MEP (2015) mencionan:

> Se inicia el tema de simetrías, característica importante de algunas formas geométricas que puede ilustrarse con belleza por medio de frisos y mosaicos. Se establece una conexión especial con Relaciones y Álgebra en el manejo de puntos y figuras sencillas en el plano. (p.170)

Es al final de esta etapa que proponemos como actividad la construcción de figuras geométricas en el plano, mediante el estudio de algunas relaciones básicas entre los conceptos geométricos. En esta fase es importante que el estudiante: modele el espacio observado, inicie el trabajo y la manipulación mental de objetos que podrían considerarse ideales, pueda desenvolverse en la vida cotidiana, reconozca que la geometría está presente en múltiples ámbitos del sistema productivo de nuestras actuales sociedades, desarrolle habilidades motoras a partir del uso de diversos instrumentos geométricos y fortalezca habilidades de expresión, análisis, justificación de ideas y argumentación.

Etapa de las operaciones formales (de los 12 años en adelante)

Este estadio es el último de las etapas de desarrollo cognitivo propuestas por Piaget, e inicia desde los doce años de edad en adelante, incluyendo la vida adulta. En esta fase se adquiere la capacidad de emplear el razonamiento lógico para llegar a conclusiones abstractas que no están relacionadas a situaciones concretos que se hayan vivenciado, como por ejemplo el cálculo de la altura de un tanque cilíndrico conociendo el área de la base y su capacidad. Es a partir de este estadio que se analiza y manipula deliberadamente los esquemas de pensamiento, y también puede utilizarse el razonamiento hipotético deductivo, es el momento ideal para iniciar el estudio de la Geometría Euclídea la cual está basada en un método axiomático deductivo. Ya en esta etapa se debe propicias el desarrollo y fortalecimiento de todas las habilidades que se logra con la enseñanza de la Geometría.

Al realizar el análisis de los contenidos, propuestos en los Programas de Estudio del Ministerio de Educación Pública, relacionados con Geometría tanto para el primer como el segundo Ciclo de la Educación General Básica, y tomado en cuenta las diversas habilidades que se podrían desarrollar a partir de la enseñanza de la geometría, las etapas del desarrollo según Piaget, proponemos las siguientes situaciones que podrían ser implementadas en la clase con estudiantes de sexto año (11-12 años). Se espera que puedan servirle de guía a los docentes y que ellos puedan llevarlas a la práctica a partir del análisis de sus condiciones y el contexto.

Sugerimos que sean implementadas una vez concluidos los contenidos propuestos en el Programa de Estudio respecto a geometría para sexto año.

Actividades de mediación

Situación 1

Haciendo uso del porta-segmentos construya un paralelogramo. Recuerde justificar cada uno de los pasos realizados.

Note que para esta situación se recomienda el empleo del porta-segmentos, no se dan medidas específicas ni se propone un paralelogramo en particular. Esto favorece el desarrollo de diversas habilidades como: construcción, imaginación, abstracción y visualización, entre otras.

Además, el tener que justificar promueve habilidades como: argumentar, razonar, trazar figuras geométricas y uso del lenguaje propio de la disciplina.

Situación 2

Dados dos puntos distintos en el plano, establezca un procedimiento que permita localizar al menos otros 4 puntos distintos que estén a la misma distancia de estos dos puntos. Recuerde argumentar cada uno de los pasos.

Para esta situación, tome en cuenta que los puntos pueden ser colocados en diversas posiciones, por tanto es probable que surja la discusión entre los estudiantes sobre quién los coloco bien y quién no.

Además, deberán justificar y argumentar el procedimiento utilizado, lo cual fortalece las habilidades de argumentación, uso de lenguaje, entre otras. Así como el analizar, la intuición y el razonamiento lógico.

Situación 3

Dado un círculo cualquiera, establezca un procedimiento que permita encontrar el centro de dicho círculo. Justifique cada uno de los pasos realizados.

En este caso al ser un círculo cualquiera, el radio y la posición pueden variar. Además, se requerirá que el estudiante diseñe su estrategia a partir de los diversos conocimientos adquiridos. Otro aspecto que seguirá siendo importante es la justificación.

Situación 4

Si A es extremo de un segmento y M es el punto medio de dicho segmento ¿Cómo harías para encontrar el otro extremo del segmento? Justifique.

FIGURA 1. Extremo y punto medio de un segmento

Para esta situación se requiere que el estudiante lea con detenimiento y comprenda los diversos conceptos que se dan en el enunciado. Además, deberá establecer estrategias de resolución y justificarlas. La construcción, la imaginación y el ingenio son algunas de las habilidades por considerar en actividades como estas.

Situación 5

Cierta empresa requiere construir un espacio como centro de comidas para sus empleados, de manera que este se ubique a la misma distancia de los tres departamentos con los que actualmente se cuenta.

Si en la siguiente figura se muestra un croquis de los tres departamentos.

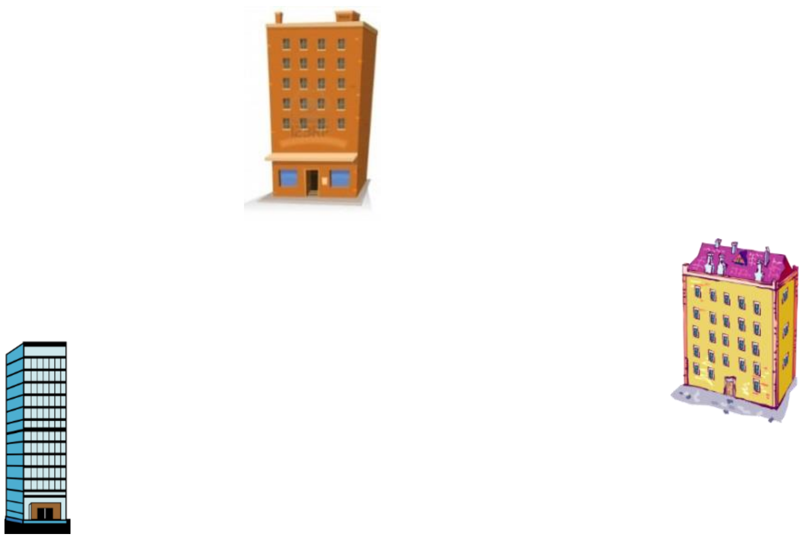


FIGURA 2. Posición de los departamentos de cierta empresa

Indique el lugar exacto en el cual se debería ubicarse el centro de comidas. Justifique cada uno de sus pasos.

Para la resolución de esta situación es importante usar elementos propios de la geometría como por ejemplo colocar puntos asociados a los tres edificios y realizar construcciones. Aspectos que favorecen: la observación o visualización, la construcción, el uso de simbología y cómo se debe justificar el uso de vocabulario geométrico y simbología.

Situación 6

En la siguiente figura se representa una sala de museo que contiene dos esculturas, las cuales deben ser iluminadas con dos lámparas, que deben estar ubicadas una en la pared denotada por P1 y la otra en la pared denotada por P2.

FIGURA 3. Sala de museo

Si las lámparas deben estar a la misma distancia de ambas esculturas. Determine el lugar, en cada una de las paredes, en el cual se debe colocar cada una de las lámparas.

Es este caso note que existe un contexto, además de algunas consideraciones propias de la disciplina como simbolismo, así como elementos clave para la resolución de la situación. Esto, evidentemente, favorece aspectos como: lectura minuciosa, observación o visualización, análisis, reflexión y construcción, entre otras.

Conclusiones y recomendaciones

La enseñanza y el aprendizaje de la geometría contribuyen con el desarrollo de diversas habilidades en los estudiantes, las cuales podrían estar relacionadas con el área en estudio o bien situaciones propias para comprender el entorno.

Durante el proceso de enseñanza es fundamental tomar en consideración aspectos como desarrollo cognitivo del estudiante, dado que las estrategias metodológicas y los contenidos por desarrollar deben estar acorde este, para así favorecer el aprendizaje.

Después de haber realizado un breve estudio de las etapas del desarrollo cognitivo de Piaget, se puede observar que la idea de este desarrollo es básicamente un modelo de tipo lineal el cual una etapa sirve de base para la siguiente y así la capacidad cognitiva va en aumento, esto hasta cierto punto es cierto en muchos de los casos, pero también existen situaciones en las que el ser humano "pasa" por algunas de las primeras etapas de forma muy acelerada por lo que puede llegar a la madurez cognitiva en una edad precoz, así también ocurre lo contrario cuando individuos se estancan en una etapa del desarrollo y pasan en una edad tardía a la etapa siguiente.

Por qué se dan estas situaciones que no se apegan a las etapas del desarrollo cognitivo de Piaget, consideramos que es por una falencia en estas etapas, y es que no se considera el aporte sociocultural propuesto por Vigotsky, el cual planteaba como idea principal que la contribución más importante al desarrollo cognitivo individual proviene de la sociedad. Por lo que si consideramos la contribución de Vigotsky, es razonable comprender el por qué hay seres humanos que dependiendo de su acervo cultural, así pueden avanzar o retrasarse en las etapas del desarrollo cognitivo propuestas por Piaget.

Es recomendable que al final del tercer estadio planteado por Piaget se inicie el estudio de la geometría planteando interrogantes del entorno, así como situaciones abstractas, ya que esto favorece la transición al cuarto estadio.

Referencias bibliográficas

Ferreira, E. (2005). Vigencia de Jean Piaget. Editores siglo XXI. México. Octava edición.

López, O y García, S. (2008). La enseñanza de la geometría. Distrito Federal, México. ISBN: 978-968-5924-35-1. Disponible en http://www.inee.edu.mx/mape/themes/TemaInee/Documentos/mapes/geometriacompletoa.pdf

Martínez, E. (2013). Descubriendo la Geometría en educación infantil. Disponible en: http://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/3982/1/TFG-G%20354.pdf

Ministerio de Educación Pública. (2014). Programas de Estudio Educación Preescolar. Imprenta Nacional, San José, Costa Rica.

Ministerio de Educación Pública. (2015). Programas de Estudio de Matemáticas. Imprenta Nacional, San José, Costa Rica.

Padilla, E. y Rojas, E. (2017). Geometría Euclídea y su didáctica en educación primaria. Editorial EUNED. ISBN: 978-9968-48-336-0.

Sda. (sdf). Fundamentos y estrategias en el aprendizaje de la matemática en Educación Infantil. Disponible en http://matematicaeinfancia.weebly.com/uploads/4/5/9/5/45956869/geometria_en_infancia.pdf

Torres, M. (sdf). Importancia de la Geometría. Disponible en: http://www.rinconmaestro.es/matematicas/geometria/geometria11.pdf

Triglia, A. (sdf). Las cuatro etapas del desarrollo según Jean Piaget. Barcelona, España. Recuperado de

https://psicologiaymente.net/desarrollo/etapas-desarrollo-cognitivo-jean-piaget

Vergara, C. (sdf). Piaget y las cuatro etapas del desarrollo. Cataluña, España. Recuperado de https://www.actualidadenpsicologia.com/piaget-cuatro-etapas-desarrollo-cognitivo/

Estrategias metodológicas y manejo de clase que facilitan la implementación de la metodología de resolución de problemas mediante el trabajo en equipo

M.Sc. María Alejandra Chacón Fonseca
Universidad Estatal a Distancia, Costa Rica
mchacon@uned.ac.cr

Resumen: Se presenta la importantica de la implementación de distintas estrategias metodológicas en el salón de clase con mira a mejorar el trabajo en equipo, la participación de los estudiantes y a dinamizar el papel del docente como agente facilitador a la luz de la metodología de resolución de problemas matemáticos. Se comparten experiencias producto de capacitación internacional.

Palabras clave: manejo de clase, trabajo en equipo, estrategias metodológicas, resolución de problemas, educación matemática.

Abstract: It is presented the importance of the implementation of different classroom methodological strategies with a view to improve teamwork, student participation and energize the teacher's role as a facilitating agent in the light of Math problem solving. Expressions obtained as a result of international training are shared

Keywords: class management, teamwork, methodological strategies, problem solving, mathematics education.

Introducción

Educación matemática implica atender demandas sociales, de ahí la importancia de asumir un rol de educador consiente de la responsabilidad social que el ejercicio de la profesión posee, en términos de impacto de las acciones que se desarrollan en el salón de clase, la motivación no solo hacia la materia, pues se educa para la vida.

Como docentes se sabe que en el acto educativo intervienen múltiples variables que influyen en los procesos de enseñanza y aprendizaje, en muchas de las cuales ni siquiera se puede incidir, sin embargo, la variable docente es la única en la que podemos controlar el 100%. El docente debe sacar tiempo para reflexionar sobre sí mismo, reconocerse como importante y volver a enamorarse de la profesión.

Es en el manejo de la clase y las estrategias que el docente emplea para lograr el aprendizaje de la matemática; fundamentales y en ese sentido, se hace necesario conocer e implementar una gama amplia de metodologías que permitan un mejor curso de la clase, que estimulen aprendizajes autónomos, donde el estudiante reflexione sobre sus propios procesos y asuma responsabilidades y consecuencias de sus acciones.

Por otra parte, la personalidad del profesor es un factor determinante en su desempeño, además del conocimiento profesional, competencias y orientación pedagógica que su formación y especialidad le han brindado.

Se plantea la necesidad de integrar factores y elementos que median en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el contexto áulico y en la entrega por parte del profesor hacia sus alumnos semana a semana, durante sus lecciones de matemática.

El propósito fundamental es mostrar estrategias de manejo de clase que faciliten la implementación de la metodología de resolución de problemas en matemática, dentro del marco de los nuevos programas. Con el objeto de analizar las principales estrategias metodológicas y de manejo de clase que faciliten los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática a la luz su implementación, se definen como objetivos específicos:

Integrar los factores y elementos que median en los procesos de enseñanza y aprendizaje en el salón de clase para el trabajo en equipo colaborativo.

Identificar estrategias metodológicas y de manejo de clase que faciliten la implementación de la metodología de resolución de problemas en matemática.

Caracterizar estrategias metodológicas de trabajo colaborativo, implementadas en el salón de clase, que facilitan los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática a la luz de los nuevos programas.

A nivel metodológico, para el logro de los objetivos específicos se plasmaron experiencias teórico y prácticas de 24 docentes que han implementado distintas estrategias metodologías en sus salones de clase y que compartieron sus experiencias en el taller manejo de clase realizado en Lima Perú el 16, 17 y 18 de agosto del 2017 (Dabringer y Salazar, 2017).

Estrategias metodológicas y el manejo de clase

El docente debe garantizar normas básicas de convivencia en su salón de clase, "Los buenos maestros no son necesariamente los que no fijan límites, ya que éstos son indispensables para la sana convivencia dentro del salón" (Siquiera, 2016, p.1).

Entre los elementos de partida para un adecuado manejo del salón o aula, destacan:

Establecer reglas y rituales de clase, en este sentido es necesario como docente tener claridad de qué es una regla de clase y qué es un ritual y establecer de antemano cuál es la consecuencia cuando no se cumplen.

> Las reglas son prohibiciones y tienen consecuencias. Son **prescripciones que organizan el aprendizaje y las actividades que tienen lugar en el aula** y estructuran la colaboración y el trabajo entre alumnos. Las reglas del salón de clase deben ser diferenciadas de los hábitos o costumbres. Por ejemplo, una costumbre sería "todos los viernes, dedicamos unos minutos a realizar un debate en grupo". Estas costumbres pueden cambiar. Sin embargo, la regla "respeta las propiedades de tus compañeros", debería ser constante e inamovible. (Santos, 2015, p.1)

Las reglas deben ser implementadas de forma constante y es el docente el primero que debe de seguirlas y respetarlas. Deben aplicarse con justicia, transparencia y los límites deben ser claros e iguales para todos; mientras que, los rituales son actos simbólicos que constantemente tienen una forma definida y se llevan a cabo de manera normada, el ritual puede variar de docente a docente. Los rituales estructuran los lapsos de tiempo, dan soporte a los alumnos en la cotidianeidad, reducen los miedos y ansiedad. Ejemplos de rituales en el salón de clase pueden ser, al inicio o final de la semana escolar, -para un ambiente de aprendizaje tranquilo y para el trabajo estructurado- la revisión de prácticas, evaluaciones, entre otros.

El manejo de las interrupciones dentro del salón de clase está a cargo del docente, quien debe en primera instancia velar por una participación equitativa de los estudiantes, de forma que todos se vean en la necesidad de participar ya sea de manera voluntaria o aleatoria.

El aprovechamiento del tiempo de clase es fundamental y en especial garantiza un tiempo activo de aprendizaje.

En muchas ocasiones el contexto escolar o clima escolar, propicias interrupciones de clase que son inevitables, lo que lleva al docente a tener que implementar estrategias para avanzar a un ritmo más rápido con un grupo en comparación con otros, en esta línea la integración de habilidades y las estrategias apoyan esta labor.

La composición de la clase agiliza y promueve la participación de todos, por ejemplo, el **trabajo** en parejas, es recomendado para la implementación de la metodología de resolución de problemas y en vista de que los alumnos requieren espacios y tiempo para discutir y compartir resultados, estrategias de posible solución. Contrastar y reflexionar es parte del aprendizaje.

> Fomentar desde edades tempranas la capacidad de **trabajar en equipo, ejercer el liderazgo y desarrollar habilidades comunicativas**, son los objetivos que se propone el **"aprendizaje cooperativo"**. Buscando aumentar las futuras posibilidades laborales de los chicos, esta iniciativa busca que ya desde la escuela desarrollen la capacidad de dialogar con el que piensa distinto y resolver conflictos en grupo. (Universia, 2014, p.1)

Al fomentar el trabajo en equipo en el aula, el docente debe ser promotor y dinamizar actividades y tener una visión colectiva "por lo que, entre otras cosas, deberá reunir los siguientes aspectos: planificación cuidadosa, liderazgo, metodologías especiales, intervención diferenciada y análisis posterior a la experiencia." (Universia, 2014, p.1)

Organización de aula, la organización espacial es importante para estimular el trabajo en equipos, según Dabringer, A; Salazar, P. (2017), se recomienda que las asignaciones de equipos de trabajo sean dadas a la suerte y cambien cada dos semanas, esto con el objetivo de que el estudiante desarrolle la habilidad de trabajar con distintas personas, como sucederá en la realidad. Bajo esta dinámica el docente debe seleccionar las tareas para el equipo, asignar roles a cada miembro, responsabilidades, fomentar la conversación, discusión y análisis.

Elaborar sugerencias de mejora mientras los estudiantes trabajan en equipo, es un método de intervención o incentivos, que bien empleado se puede constituir en un Activador de la motivación. (Dabringer y Salazar, 2017, comunicación oral).

El trabajo independiente y autónomo desde edades tempranas facilita en el estudiante el desarrollo de habilidades blandas. "**Softh skills",** el padre de familia, docente y el mismo estudiante deben asumir la responsabilidad del aprendizaje del alumno y su formación para la vida, de manera que desarrolle habilidades y competencias para el mundo el que se va a desenvolver.

> Capacidad para adaptarse a los cambios, trabajar en equipo, comunicar bien o ser creativo son habilidades que están en alza en el ámbito laboral. Todas las referidas se incluirán dentro de lo que se conoce como soft skills o habilidades blandas, frente al grupo de las hard skills, habilidades duras que se relación, con la formación, el conocimiento y la capacitación técnica de los trabajadores (Delgado, 2017, p.1)

Habilidades que se suman a la inteligencia emocional y social que les permiten a los jóvenes, posibilidades de ascenso, diferenciación, desarrollar roles de liderazgo y gestión de equipos, por lo que es en este sentido fundamental estimular en los estudiantes la necesidad y habilidad de trabajar en equipo, desde edades muy tempanas. Una Investigación realizada por la Universidad de Harvard señala que el éxito de un profesional se debe en un 85% "al buen desarrollo de sus habilidades blandas". "Por otro lado un estudio publicado en Linkedin por el economista Guy Berger, establece que las habilidades blandas más demandadas por las empresas son, en este orden: comunicación, organización, trabajo en equipo, puntualidad, pensamiento crítico, sociabilidad, creatividad, relaciones interpersonales, facilidad de adaptación y ser una persona amigable.” (Delgado, 2017, p.1)

Las demandas laborares son una realidad a la cual los currículos de matemática deben responder, ante una realidad en la cual, el desempleo y la competitividad laboral se incrementa, los docentes desde prescolar, primaria, secundaria y a nivel universitario inclusive deben tener claridad en que “preparamos jóvenes para carreras que aún no existen, contexto en el cual

> …un profesor de matemáticas tiene una gran oportunidad. Si dedica su tiempo a ejercitar a los alumnos en operaciones rutinarias, matará en ellos el interés, impedirá su desarrollo intelectual y acabará desaprovechando su oportunidad. Pero si, por el contrario, Pone a prueba la curiosidad de sus alumnos planteándoles problemas adecuados a sus conocimientos, y les ayuda a resolverlos por medio de preguntas estimulantes, podrá despertarles el gusto por el pensamiento independiente y proporcionarles ciertos recursos para ello. (Polya, 1989, p.1)

Aprendizaje modelado

Aprendizaje modelado en el colegio implica una mezcla entre trabajo individual y modelado.

El docente modelo es un profesor motivado y que sabe cómo motivar a sus estudiantes, sabe qué comportamientos le molestan y sabe cómo manejarlo.

Tiene una amplia gama de ejercicios y estrategias para trabajar con los estudiantes, planea distintas metodologías para un tema. Es un experto en metodologías para trabajar temas de matemática, combinar estrategias metodológicas que se puedan emplear en matemática, para motivar e integrar a todos los estudiantes.

Evalúa a sus estudiantes, más que medir, considera las habilidades y competencias.

Debe trabajar en ser un experto del error, razón por la cual, en sus clases debe hablar menos, caminar más, agudizar la observación, y tener claridad de cuando realiza interpretación, percepción o descripción de una situación dada.

En los alumnos de hoy día “Las habilidades comunicativas y la capacidad de trabajar en equipo, son dos aspectos ampliamente valorados por el mercado laboral” (Universia, 2014, p.1)

La comunicación verbal y no verbal es una habilidad que hay que desarrollar en los estudiantes desde edades tempranas, y es importante tener claridad en que como docentes en ocasiones comunicamos mucho mediante el lenguaje corporal, sin estar conscientes de ello.

El docente nunca debe perder el trato adecuado e interés hacia los alumnos y sus sentimientos. Además, le debe gustar mucho lo que enseña y estar convencido de que si sus alumnos se aplican pueden hacerlo.

Según Albert Bandura, autor del aprendizaje modelado establece que cada profesor es un modelo social para sus alumnos, “La mayoría de las imágenes de la realidad en la que basamos nuestras acciones, están realmente inspiradas en la experiencia que adquirimos a través de otras personas” (Sánchez, 2017, p.1).

El docente debe ser un modelo a seguir por los estudiantes en términos de los valores que la educación y el sistema educativo fomenta, por ejemplo: la puntualidad, el vocabulario que emplea y la comunicación corporal; misma que, se hace relevante.

> Es aconsejable que los niños perciban al profesor o educador como alguien que presenta constantemente modelos conductuales, verbales y simbólicos a los alumnos. Su eficacia dependerá de la consistencia entre los modelos, la adecuación de éstos a las competencias de los alumnos, la valencia afectiva entre éstos y el propio educador y, la efectividad de los procedimientos que el educador ponga en juego en la presentación de los modelos. Por otra parte, los alumnos no sólo obtienen oportunidades de aprendizaje observacional de lo que hacen y dicen los educadores, sino también de sus compañeros. El empleo sistemático de formas estructuradas de presentación de modelos entre compañeros puede convertirse en un recurso educativo de gran importancia. (Sánchez, 2017, p.3).

Estrategias metodológicas

A continuación, se presenta una lista de estrategias metodológicas que pueden facilitar el manejo de la clase y fomentar el trabajo colaborativo en los estudiantes a la luz de la metodología de resolución de problemas. (Dabringer y Salazar, 2017)

Organización de aula. Se recomienda estructurar el aula en parejas, todas se conforman por rifa o suerte, y que las parejas estén cambiando cada quince días, de forma tal que se garantice que los estudiantes desarrollen además de destrezas comunicativas, verbales y no verbales, valores como el respeto y la tolerancia. Para garantizar el trabajo en conjunto al finalizar cada clase se elige uno o dos alumnos al azar, para resumir lo visto en clase. De igual forma para cualquier evaluación de clase o participación, se sigue este ritual. Al ser por suerte se garantiza que todos trabajen pues no saben en qué momento les tocará la participación. Esta dinámica de clase se establece como un ritual para hacer hábito.

En sorteo consiste en: una bolsa en la cual se depositan se depositan tantas tapas de reciclaje, como estudiantes hay en el salón de clase. Las tapas de reciclaje van numeradas, en donde cada número representa a un estudiante, según el número de lista que él alumno posee.

Esto permite estructurar el aula de manera aleatoria, y qué sea el azar el que forme los grupos. Se busca mediante esta dinámica generar ambientes de aprendizaje cooperativo.

Consignas claras. El profesor da las indicaciones claras de cómo se trabajará en equipo durante la clase. Y como se evalúa el trabajo realizado. El docente se asegura de que los estudiantes comprendan la consigna, sacando un alumno al azar para que explique con sus palabras lo que comprendió.

Semáforo. Consiste en tener tres tarjetas de color verde, amarillo y rojo. Según la conducta, trabajo grupal, seguimiento de instrucciones y tiempos se evalúa el comportamiento grupal.

En frente de la clase se diseñan un semáforo el cual, puede estar en color verde si el manejo de tiempo, consignas, y comportamiento de cada uno de los estudiantes, parejas y grupo, es el indicado, para lo cual los estudiantes deben tener claridad de antemano, de que se espera de ellos durante la dinámica de aula, el amarillo evidencia un desempeño regular y el rojo desempeño lejos de lo esperado.

> ...busca que los estudiantes intenten en conjunto obtener un buen comportamiento al interior del aula, mediante juegos y el establecimiento claro de los tiempos y momentos en los que pueden realizar alguna conducta…. Si toda la clase se encuentra cumpliendo con las expectativas del aula y manifestando respeto, se recomienda utilizar con mayor frecuencia el color verde como premio al buen comportamiento de los estudiantes. (Barrera, y Valencia, 2008, p. 24)

Técnica de expertos.

1) Dos estudiantes realizan una lectura o estudio de un tema (Lectura A- B) de forma que se hacen expertos en el tema, 2) luego los alumnos comparten sus ideas, se retroalimentan, 3) luego elaboran un resumen con las ideas, pasos o algoritmos más representativos y lo plasman en un papel.

Selección de problemas a resolver.

1) En parejas de una lista de 10 ejercicios los estudiantes eligen 5 de manera individual, 2) luego de forma conjuntan eligen 3, 3) de forma conjunta resuelven los problemas, 4) finalmente presentan los problemas resueltos en el foro. Esta dinámica permite al docente identificar qué tipo de problema es preferido por el alumno y reflexionar sobre los que no eligieron.

Diagnosticar un tema o evaluar aprendizaje.

En el centro de un papel se escribe una palabra “álgebra” y se le solicita a cada alumno escribir una palabra relacionada con la palabra central, cada alumno participa agregando su palabra y una vez que todos escribieron el paleógrafo se pega. Esto sirve para valorar que saben los alumnos de un tema o sumary.

Técnica del museo.

Se asigna la resolución de un problema y los alumnos en un paleógrafo presentan sus estrategias de solución por pareja, cada pareja realiza un problema distinto y en una pared se pegan todas las estrategias. A esta pared le llamamos el museo, ahí permanecerán las soluciones por un tiempo para que los alumnos las puedan consultar.

Entrevista.

Consiste en que el alumno A entreviste al alumno B, sirve para Sumary, para evaluar un tema o la comprensión del mismo, ejemplo Alumnos A consulta al alumno B, sobre la solución de una ecuación y el alumno B explica. Luego se invierten los papeles.

Se puede trabajar con roles, como matemático famoso y profesor de matemática para trabajar temas de la historia de la matemática, importancia, utilidad, o problemas contextualizados. Varía según la creatividad del docente y entre más se empleen técnicas más opciones de implementación surgen.

Soga de conversación o trabajo.

Consiste en una soga que tiene tarjetas con palabras, preguntas, ejercicios o problemas, la soga forma un círculo y se le solicita a los alumnos formar grupos de n cantidad de estudiantes y a cada grupo se le da una soga con n tarjetas, cada miembro del grupo de leer su tarjeta y comentar, resolver o según sea el caso, se sugiere en caso de resolver problemas que todos tomen nota de cada problema y registren su solución de forma que al finalizar la actividad todos tengan registrado cada uno de los problemas resueltos. Es muy utilizado para cierre o inicio de clase, permite interactuar con más compañeros de la clase.

Wocheplan, actividades por módulos, registros.

Consiste en asignar una práctica o trabajo en clase sobre un tema estudiado. Los alumnos realizan el primer ejercicio y lo revisan con su pareja, una vez que discuten y argumentan en pareja el porqué del proceso, revisan la solución y si está buena se ponen un bueno, caso contrario corrigen el ejercicio, enfocándose en identificar el error, éste genera el hábito de auto revisión y discusión en equipo. Cuando los grupos más adelantados terminan el docente revisa y es el mismo estudiante quien registra en una hoja llamada “REGISTRO” que ya realizó la práctica 1, y pueden avanzar con la práctica 2, esto permite a cada alumno avanzar a su ritmo.

Existen una serie de recursos, que según Hernández (2017), están a la mano del estudiante, y que establecen tendencias en el aprendizaje, se adaptan a las necesidades de cada situación, al considerar que el aprendizaje es continuo a lo largo de la vida y que debe ser flexible e irse adaptando.

Mobile learning, al estar el móvil integrado a la cotidianeidad de los estudiantes, permite desarrollar una experiencia propia de aprendizaje, es económico para el alumno, es accesible, flexible, permite adaptarse a las necesidades de los estudiantes, aprendizaje continuo y gradual, estimulando las competencias transversales, y facilita la interacción entre estudiantes y docentes.

El aula invertida o Flipped Classroom, fundamentada en el estudio en casa de contenidos teóricos con el objeto de que en clase se de una formación más práctica, donde promueva la discusión, argumentación, la construcción conjunta del conocimiento.

El Blended Learning o aprendizaje combinado de formación presencial y online, busca aprovechar al máximo los recursos online.

Conclusiones y recomendaciones

Combinar estrategias permite un mejor manejo de la clase, del tiempo, estimula la autodidaxia y la reflexión del estudiante y del docente.

El desarrollo de destrezas comunicativas tanto verbales como no verbales, estimuladas desde el salón de clase, incitan la comunicación matemática desde edades tempranas. Se logra mediante el trabajo cooperativo.

A la luz de la metodología de resolución de problema, la integración de habilidades exige combinar estrategias, implementar trabajo cooperativo, estimular la discusión, análisis y reflexión, es inconcebible a la luz de nuevas tendencias de aprendizaje seguir validando en trabajo individual, como único mecanismo de trabajo en clase.

El trabajo en clase por asignación al azar permite a los alumnos trabajar los valores de tolerancia, respeto, aceptación, empatía, al tener que compartir con cualquier compañero.

El docente es el responsable de garantizar normas básicas de convivencia en su salón de clase, establecer rituales, reglas, y hacerlas cumplir, ser consecuente, justo e igualitario en las consecuencias por el incumplimiento de las mismas. El aprendizaje modelado sigue vigente.

La estructura y orden de la clase permite un trabajo en equipo más democrático y participativo, por la planificación docente tanto de estructura como de materiales y metodologías es fundamental. El aula no debe saturar o distraer a los alumnos.

Al profesor le debe gustar mucho lo que enseña y estar convencido de que si sus alumnos si aplican pueden lograrlos objetivos, mantener el interés por el alumno y sus sentimientos y Nunca, perder el trato adecuado hacia los alumnos

Referencias bibliográficas

Barrera, M y Valencia, P. (2008). Manual de Apoyo para Docentes: ESTRATEGIAS DE MANEJO CONDUCTUAL EN AULA Recuperado de http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0037/File/Inspector/Paz%20ciudadana%205%20Manual_Manejo_de_Aula_Docentes_Final_17.11.08.pdf

Dabringer, A; Salazar, P. (2017). REFO Manejo de clases. Taller del 16 de Agosto-18 agosto 2017. Miembros del Grupo de Desarrollo de la Calidad Educativa. Colegio peruano-alemán Alexander von Humboldt en Lima, Perú.

Delgado, A. (2017). Crecen los valores sociales. Las habilidades blandas un valor en alza en las empresas. ValenciaPlaza. Recuperado de https://valenciaplaza.com/las-habilidades-blandas-un-valor-en-alza-en-las-empresas

Hernández, A. (2017). Nuevas tendencias en Educación. Recuperado de http://www.anahernandezserena.com/nuevas-tendencias-en-educacion/

Polya, G. (1989). Cómo plantear y resolver problemas. Decimoquinta reimpresión, 1989. Mexico. Recuperado de http://www.javiera.edu.co/documentos/matematicas/Polya_G_Como_Plantear_Resolver_Problemas.pdf

Professionsstandards des Lehrers (2009), Porfessionsstandars der PHZ Schwyz, entnommen: Helmke, Andreas: Unterrichtsqualitat und Lehrerprofesionalitat , 2009

PH Zug Professionsstandards, (2017). Recuperado de file:///C:/Users/mchacon/Downloads/BR02_Professionsstandards_2017-web.pdf

Sánchez, P. (2017). Albert Bandura y su teoría de aprendizaje social (TAS). Implicaciones educativas. Repuperado de https://blog.cognifit.com/es/albert-bandura-teoria-de-aprendizaje-social-timplicaciones-educativas/

Santos, D. (2015). Reglas del Salón de Clase: En Busca del Equilibrio Perfecto. Recuperado de https://www.goconqr.com/es/blog/reglas-del-salon-de-clase/

Siquiera, C, (2016). Reglas básicas de convivencia en el salón de clase, 07 de marzo de 2016. Recuperado de http://noticias.universia.cr/educacion/noticia/2016/03/07/1137079/reglas-basicas-convivencia-salon-clase.htm

Universia, 2014. Docentes: 5 Claves para promover el trabajo en equipo. Noticas Universia, 6 de mayo 2014. Recuperado de http://noticias.universia.com.ar/vida-universitaria/noticia/2014/05/06/1096016/docentes-5-claves-promover-trabajo-equipo.html

Evaluación de la actividad lúdica *Probabilidad* en ferias de matemáticas en México

Daniel Guerra Valdivia
Instituto de Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
danielguerra@ciencias.unam.mx

Paloma Zubieta López
Instituto de Matemáticas
Universidad Nacional Autónoma de México
http://www.matem.unam.mx

Resumen: El concepto de azar, y más aún, el de probabilidad pueden llegar a ser complejos de entender para la mayoría de la población. Mediante una encuesta aplicada en el Bosque de Chapultepec de la Ciudad de México, se observó que ambos tienden a ser confundidos con ideas erróneas y, por tanto, no son bien comprendidos por la población en general. Por lo anterior, se diseñó una actividad lúdica para favorecer la comprensión básica de los conceptos de azar y probabilidad en ferias de ciencia. La actividad *Probabilidad* consiste en que los jugadores deben tratar de predecir cuál será el resultado de la suma de las caras de dos dados lanzados repetidas veces.

La efectividad de la actividad se evaluó en 3 eventos de divulgación a cargo del Instituto de Matemáticas de la UNAM; el primero de ellos fue el *Día de Pi* llevado a cabo en los planteles del Bachillerato de la UNAM en 2017, los otros dos eventos específicos para público general fueron el *6º Festival del Conocimiento* en la ciudad de Oaxaca en 2017 y el *7º Festival Matemático* en el Bosque de Chapultepec en marzo del 2018.

Para saber si la actividad cumple su propósito y existe una mejoría en la comprensión de los conceptos se realizaron y analizaron, mediante métodos de estadística descriptiva, encuestas antes y después de que el público general participara. Se hizo también una caracterización del público participante en cada evento con base en variables como el género y la escolaridad.

Este trabajo presenta los resultados comparativos entre los eventos de divulgación ya mencionados y trata de establecer el perfil de público para el cual la actividad es más efectiva.

Palabras clave: comunicación de la ciencia, probabilidad, azar, actividad lúdica, educación, ferias de ciencia, divulgación, evaluación.

Introducción

En México, la percepción de las matemáticas que tiene la población no es muy favorable (ENPECyT, 2015). Gran parte de los mexicanos cree que las matemáticas son para personas con una inteligencia superior al promedio y que son demasiado difíciles y aburridas. Muchos niños se ven influenciados por estas ideas sobre las matemáticas y esto genera que, desde los primeros niveles educativos, exista una aversión hacia los temas de matemáticas. Lo anterior, junto con el hecho de que la forma en que se enseñan puede ser deficiente en algunos casos, genera que los mexicanos desde pequeños no comprendan a cabalidad o carezcan de varios conceptos indispensables en diversas áreas de las matemáticas. En particular, el tema de probabilidad y algunos de sus conceptos más básicos como el entendimiento del azar y la definición misma de probabilidad, son mal comprendidos o desconocidos por los mexicanos.

Mediante productos de divulgación, es posible poner en contacto a la población general con ideas matemáticas claves para el entendimiento de temas como el caso de la probabilidad, de manera que cualquier persona pueda llevarse algún aprendizaje. En particular, las ferias de ciencias pueden llegar a ser muy provechosas para muchas personas, por ejemplo, los estudiantes de cualquier nivel educativo. Uno de los objetivos de este tipo de ferias es proveer contenidos adecuados para la comprensión en distintos grupos de edades y niveles de estudios: “Las ferias son espacios de popularización de las ciencias que buscan relacionar, integrar y fomentar el acercamiento espontáneo y libre de la sociedad hacia diversas disciplinas, al tiempo que movilizan recursos tanto humanos como didácticos” (Zubieta, 2014).

El *Proyecto del Festival Matemático* del Instituto de Matemáticas de la UNAM, tiene como uno de sus objetivos, acercar a la población general hacia contenidos de matemáticas que sean digeribles y amenos. Esto se logra mediante actividades lúdicas que están diseñadas para que distintos grupos de personas puedan adquirir contenidos básicos sobre temas de matemáticas, el trabajo de los matemáticos y la relación con la vida cotidiana, mientras se divierten y adquieren actitudes positivas hacia las matemáticas. De esta manera, se busca generar un cambio en la percepción de las matemáticas (Magaña, 2008; Agencia informativa CONACyT, 2018).

Dice M. Lino (2017) que “la comunicación de la ciencia en México es y ha sido escasa y poco exitosa porque no considera y en ocasiones hasta menosprecia a sus públicos”; por ello, en el *Festival Matemático* consideramos indispensable el caracterizar con variables socio demográficas a las distintas audiencias que participan en cada una de nuestras actividades y a partir de esta información podemos realizar ajustes que redunden en beneficio de los participantes.

La actividad de *Probabilidad* forma parte del grupo de actividades lúdicas del *Proyecto del Festival Matemático*, que involucra ferias de ciencias en plazas públicas. Esta actividad consiste en un juego de azar con al menos dos jugadores que se lleva acabo de la siguiente manera: cada jugador tiene un tablero con columnas numeradas del 1 al 12 (ver Fig.1) y 12 fichas que utilizará para seleccionar los números del tablero. Los jugadores deben tratar de predecir los resultados de la suma de dos dados, distribuyendo sus fichas en el tablero de tal forma que puedan atinar a los resultados obtenidos el mayor número de veces. Los dados se lanzan repetidas veces. Cada vez que un jugador acierta en su predicción, retira una ficha del número predicho del tablero. Aquel jugador que logre retirar primero todas sus fichas, gana el juego. Después de que algún jugador gana, la segunda parte de la actividad consiste en tratar de predecir el resultado de la resta de dos dados.

Figura 1. Actividad de *Probabilidad.*

La actividad de *Probabilidad* busca ilustrar el concepto de azar ya que, bajo condiciones no controladas, uno es incapaz de predecir de forma exacta el resultado de la suma de los dados. Sin embargo, hay números cuya suma o resta aparecen con mayor frecuencia al lanzar los dados. De esta forma se ejemplifica el concepto de probabilidad y se menciona que es una forma de medir la posibilidad de ocurrencia de un evento, que en un experimento aleatorio pueden existir eventos más probables y que dichos experimentos se pueden modelar usando herramientas probabilísticas.

El objetivo de este trabajo es evaluar, considerando el impacto como señala Jensen (2014), qué tan efectiva es la actividad para transmitir los conceptos mencionados; además, se hará una caracterización del público que mejor se desempeña en la actividad.

Metodología

El Dr. Max Neumann, investigador del Instituto de Matemáticas de la UNAM, propuso la dinámica de la actividad en 2016. A partir de entonces, se trabajó y se realizaron ajustes en el discurso que se presenta ante el público durante las ferias de ciencias para estandarizarla y lograr que el impacto en las audiencias fuera positivo. Para este trabajo en particular, se consideran datos obtenidos en 3 distintas etapas del proceso de estandarización de la actividad: sondeo, pilotaje y evaluación.

El sondeo se llevó a cabo el jueves 26 de enero del 2017, en las afueras del Bosque de Chapultepec de la Ciudad de México. La encuesta se aplicó a una muestra de n=100 personas, de entre 15 y 60 años de edad. Estos resultados nos permitieron entender las carencias y fortalezas conceptuales relativas al tema de probabilidad.

Con base en los resultados obtenidos, se ajustó el discurso de la actividad conforme a los contenidos detectados como necesarios durante el sondeo y se diseñó una encuesta para aplicar al inicio y otra al final de la actividad, para determinar si la estandarización de la actividad era pertinente (Jensen & Buckley, 2012). El pilotaje se llevó a cabo el 14 de marzo del 2016 durante el *Día de Pi en la UNAM* con estudiantes de la propia universidad. En esta fase se trabajó con una muestra de n=533 compuesta por una mayoría de alumnos de nivel medio superior provenientes de los 14 planteles del Bachillerato y algunos de nivel superior, provenientes de las Facultades de Química y Economía.

Una vez estandarizada la actividad, se procedió a su evaluación en dos eventos distintos realizados en plazas públicas: el *6º Festival del Conocimiento de Oaxaca*, en La Plaza de la Danza de Oaxaca de Juárez y el *7º Festival Matemático* en el Bosque de Chapultepec de la Ciudad de México. En ambos casos se trabajó con público general. Se utilizaron una encuesta de entrada y otra de salida para evaluar el impacto que tuvo la actividad en los participantes en cada evento y, al final, se compararon los resultados obtenidos.

En el *Festival de Oaxaca* se trabajó con una muestra de n=73, del 11 al 13 de Noviembre del 2017. Por otro lado, en el 7º Festival Matemático se trabajó con una muestra de n=106, del 2 al 4 de marzo del 2018.

Para el análisis de los resultados, se aplicaron herramientas de estadística descriptiva (medias y proporciones) y se realizaron gráficas.

Para comparar el cambio en el desempeño de los participantes en la actividad, durante la evaluación se asignaron puntajes a las respuestas de las preguntas. Luego se hizo un promedio de los puntajes de las preguntas de la encuesta de salida y se le restó el puntaje obtenido en la encuesta de entrada. Así se obtuvo un índice de eficiencia mediante un promedio ponderado, entre los datos obtenidos; además, se obtuvo que este índice puede estar entre -5 y 5. Con esta cifra para cada persona encuestada, se obtuvo el promedio de todas ellas y esto representa el índice de eficiencia de la actividad.

Resultados

1) **Sondeo**

La encuesta que se realizó consistió en 4 preguntas que nos permitieron recopilar las ideas que tiene el público acerca de los conceptos de probabilidad, azar, y experimento aleatorio.

De los resultados obtenidos en dicha encuesta, encontramos que las personas pueden identificar ideas relacionadas con el azar y la probabilidad, pero no pueden definirlos de forma concisa en una sola frase. Lo anterior indica que estos conceptos no son comprendidos de forma clara.

Por otro lado, la mayor parte de la población (63%) puede definir claramente lo que es un experimento, pero apenas el 10% puede explicar lo que es un experimento aleatorio. Esto muestra que los encuestados no comprenden el concepto de aleatoriedad.

Además, se puede argumentar que las personas asocian el concepto de probabilidad con cuentas numéricas y que lo consideran difícil.

Con estos resultados se estableció una primera aproximación de cómo trabajar los conceptos de probabilidad y azar con el público y qué ejemplos de la vida cotidiana parecían ser más útiles para comentar durante la actividad.

2) **Pilotaje**

Esta fase del trabajo se realizó para determinar si la actividad era eficiente en cuanto a la transmisión de ideas principales sobre probabilidad y azar, y si éstas eran comprendidas por los participantes.

Para evaluar el pilotaje, se diseñaron cuestionarios específicos de entrada y de salida para cada participante, que permitieran determinar el cambio en la comprensión de los conceptos de probabilidad y azar con la actividad.

A partir de la encuesta de entrada, se detectó que poco más de la mitad de los estudiantes encuestados (55.8%) comprende de buena forma la palabra incertidumbre, antes de realizar la actividad mientras que el 75.3% logró identificar los eventos inciertos. Lo anterior era esperado pues los programas de estudios incluyen temas al respecto.

Con la encuesta de salida, se pudo observar que después de la actividad, el 76% logró entender la relación entre azar e incertidumbre y el 93.2% comprendió por qué unos números aparecen con mayor frecuencia que otros.

Por lo tanto, observamos que la actividad produjo un efecto positivo del 20% de aumento en la comprensión de los conceptos para aquellos alumnos que voluntariamente participaron en ella. Con estos resultados se decidió que la idea mínima que se busca transmitir con la actividad (foco) es que la probabilidad nos permite comprender los experimentos de azar. Por esto, la actividad y las encuestas están centradas en el cumplimiento de dicho fin.

3) Evaluación

3.1) 6º Festival del conocimiento de Oaxaca

De las personas encuestadas en esta ocasión, el 52% fueron mujeres, 45% fueron hombres y el 3% de las personas encuestadas no especificaron su género; hay que agregar que la diferencia entre el porcentaje de hombres y de mujeres no resultó significativa bajo la prueba de Xi cuadrada. Además, 49% tienen estudios de bachillerato o se encuentran cursándolos. Por otro lado, el 66% de la muestra asistió al evento por obligación de parte de la escuela. Y finalmente, 44% de los encuestados proviene de la capital del estado: Oaxaca de Juárez.

Se observó que un 48% de los encuestados tiene una idea parcial de lo que es el azar y que el 66% puede reconocer un evento incierto o de azar. Después de la realización de la actividad, el 75% de los encuestados entiende lo que es el azar, el 83% entiende parcialmente que la probabilidad permite entender los eventos de azar y el 89% reconoce algunos eventos de azar.

Al comparar los resultados de las encuestas de entrada y salida para cada participante se observó que la actividad tuvo un efecto positivo en el 59% de los encuestados; más específicamente, la actividad impactó de forma positiva en el 63% de los hombres encuestados y en el 53% de las mujeres encuestadas. La *Figura 2* muestra la eficiencia de la actividad en cada uno de los participantes.

Podemos observar que el avance de los participantes durante este evento fue ligeramente mayor que durante el pilotaje. Esto nos indica que los ajustes realizado al discurso y a los instrumentos de evaluación fueron acertados.

En cuanto al índice de eficiencia calculado para este evento, se encontró el siguiente resultado:

Índice de Eficiencia 1	1.12

Esto quiere decir que la actividad es efectiva en cuanto a la comprensión de los conceptos de azar y probabilidad, sin embargo, esta puede mejorar aún.

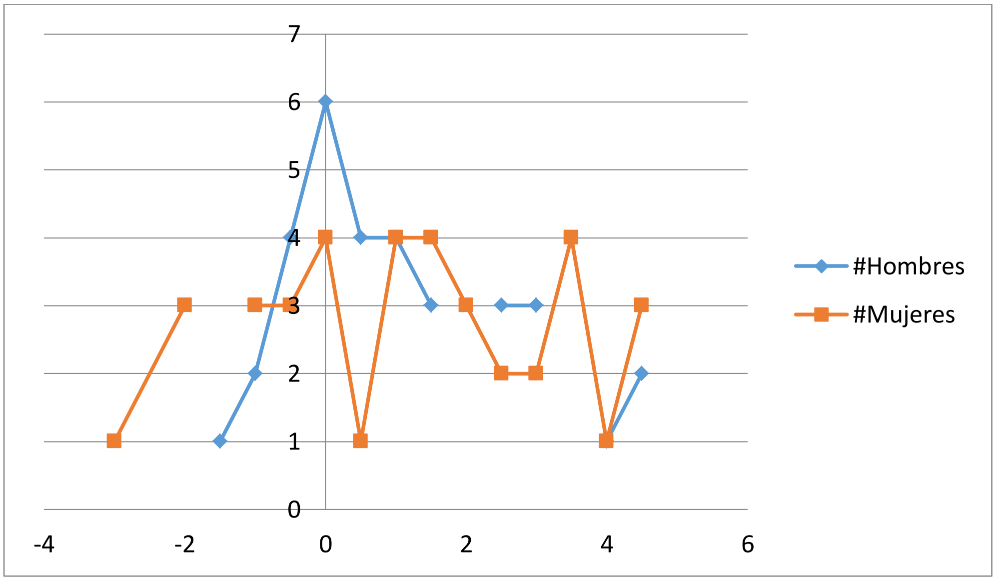


Figura 2. Eficiencia de la actividad de *Probabilidad* para los encuestados del Festival en Oaxaca.

3.2) 7º Festival Matemático

Las encuestas aplicadas durante este evento son las mismas que las del *6º Festival del Conocimiento de Oaxaca*.

De las personas encuestadas, el 51% fueron hombres y el 49% mujeres; esta diferencia de porcentajes resultó no ser significativa bajo la prueba Xi cuadrada. Por otro lado, el 51% de los encuestados cuenta con al menos educación media superior en curso o terminada. Además, el 81% asistió de forma obligatoria al festival.

Para medir la eficiencia de la actividad se realizó el mismo índice que en la evaluación anterior. Los resultados se muestran en la *Figura 3*.

Una vez obtenido esta cifra para cada persona encuestada, se obtuvo el promedio de todos ellos y esto representa el índice de eficiencia.

Índice de Eficiencia 2	0.97

De nuevo encontramos que el Índice de Eficiencia es positivo, lo cual quiere decir que la actividad está teniendo un impacto positivo en el público. Sin embargo, se observa que hay algunos valores para los cuales la eficiencia es negativa, lo que muestra que la actividad tuvo un efecto negativo. Esto puede deberse a diversos factores; no obstante, se espera que en un futuro no se tengan participantes impactados de manera negativa.

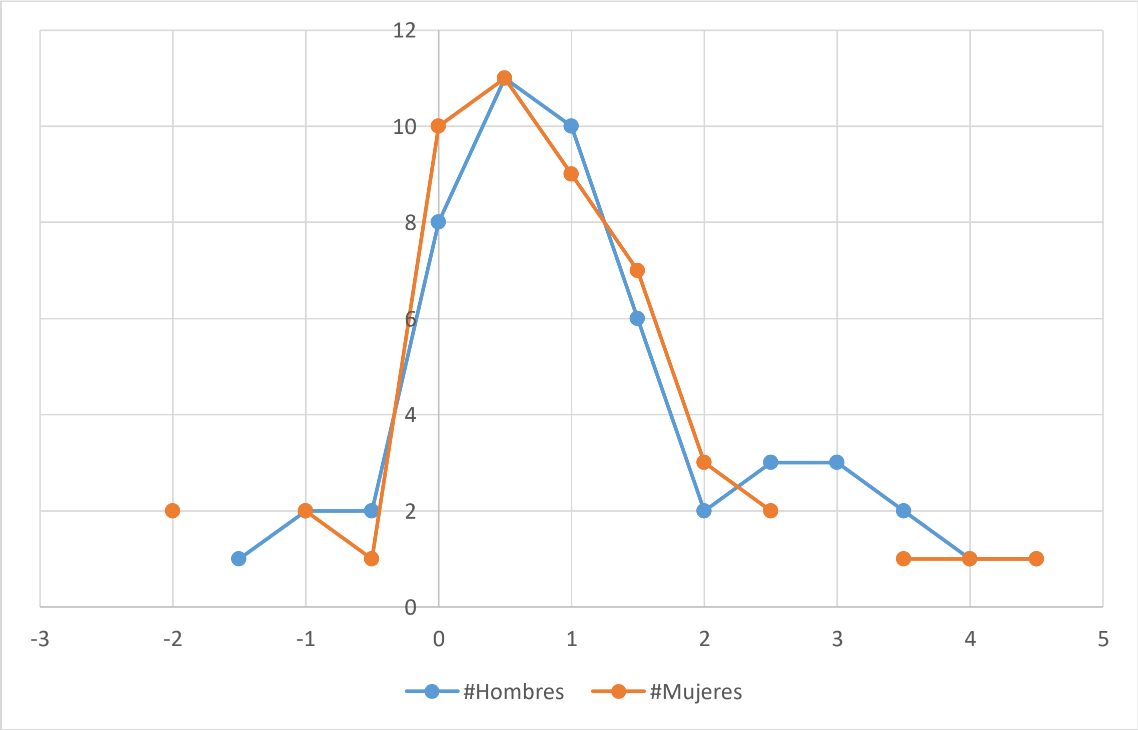


Figura 3. Eficiencia de la actividad de *Probabilidad* para los participantes en el *7º Festival Matemático*.

3.3) Comparación

Los índices de eficiencia obtenidos en ambas ocasiones resultaron positivos, lo que quiere decir que, en promedio, la actividad provocó un cambio positivo en los participantes de los dos eventos. Además, la moda de eficiencia en Oaxaca es 0; en cambio, en la ciudad de México la moda es un valor positivo. Esto significa que en Oaxaca la actividad fue más eficiente debido a que las personas atendidas, en general, tenían un conocimiento previo menor a el que tenían los participantes del *7º Festival Matemático*.

Los resultados muestran que la actividad redujo ligeramente su eficiencia de un evento a otro; lo anterior no quiere decir que el desempeño de *Probabilidad* haya sido peor necesariamente, sino que probablemente se debe a que el público atendido durante el *7º Festival Matemático* tuvo una mayor variedad de perfiles en comparación al evento de Oaxaca.

Conclusiones

Probabilidad fue diseñada a mediados del año 2016, con la finalidad de generar una actividad lúdica que aportar contenidos relacionados con el tema de probabilidad.

Como parte del proceso de ajustes de la actividad, se realizó un sondeo para conocer con mayor precisión cuales eran los contenidos que está debía aportar y se obtuvo que aquello en lo que hay que hacer énfasis es en explicar claramente qué es el azar y cómo la probabilidad nos permite comprender los eventos de azar.

En la fase de pilotaje se puso a prueba el discurso diseñado durante el evento del *Día de Pi*, llevado a cabo en los distintos planteles de bachillerato y en algunas facultades de la UNAM. Se obtuvieron resultados favorables en cuanto a la transmisión de los conceptos mencionados entre un público con características muy particulares (estudiantes de nivel medio superior y superior) y se decidió pasar a la fase de evaluación de la actividad con audiencias más heterogéneas.

Después se decidió evaluar el impacto de la actividad en la ciudad de Oaxaca de Juárez, a partir de un índice que nos permitiera ver el promedio de eficiencia de la actividad. El índice obtenido resultó ser positivo, lo que quiere decir que, en efecto, la actividad cumplió el objetivo planteado.

Finalmente, se decidió realizar otra evaluación de la actividad durante el *7º Festival Matemático*, llevado a cabo en la Ciudad de México y donde el público asistente resultó ser más variado. Se obtuvo nuevamente resultados favorables sobre el desempeño de la actividad, con un índice de eficiencia positivo.

Se compararon los resultados obtenidos en las dos evaluaciones, concluyéndose que a pesar de que el índice en Oaxaca fue mayor que en la Ciudad de México, no se debe necesariamente a que la actividad se haya realizado con una menor calidad, sino que es principalmente porque en Oaxaca las personas encuestadas presentaron un nivel inferior de conocimiento del tema previo a la actividad.

Por último, consideramos que se cumplió el objetivo de diseñar una actividad que puede transmitir contenidos relacionados con el tema de probabilidad de forma clara y amena, si bien creemos que es posible mejorar aún más el impacto que tiene la actividad haciendo otros ajustes al discurso. De acuerdo con la caracterización de público realizada, se considera que la actividad de *Probabilidad* puede ser incorporada como una herramienta didáctica en el aula para los niveles medio superior y superior, si bien se logró que funcione de manera efectiva con una variedad de audiencias.

Referencias bibliográficas

Agencia informativa CONACyT. "Sin temor a las matemáticas". Publicado el 5 de marzo de 2018 y recuperado (25 de mayo de 2018) de: http://www.conacytprensa.mx/index.php/ciencia/universo/20571-instituto-matematicas-unam-festival-matematico-cdmx

INEGI (2015), Encuesta sobre la Percepción Pública de la Ciencia y la Tecnología en México. Recuperado (25 de mayo de 2018) de: http://internet.contenidos.inegi.org.mx/contenidos/Productos/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/nueva_estruc/702825094775.pdf

Jensen, E. & Buckley, N. (2012), *Why people attend science festivals: Interests, motivations and self-reported benefits of public engagement with research Public Understanding of Science*. Doi:10.1177/0963662512458624.

Jensen, E. (2014), *The problems with science communication evaluation, JCOM* 13(01) (2014) C04.

Lino, M. (2017) *Comunicación de la ciencia en México, el menosprecio de públicos y privado,* UNAM, Ciudad de México, México. Recuperado (25 de mayo de 2018) de: http://www.revista.unam.mx/?p=1124

Magaña, P. (2008). *La evaluación de las actividades de divulgación en la Facultad de Ciencias de la Universidad Nacional Autónoma de México,* UNAM, Ciudad de México, México.

Zubieta, P. (2014) *"Ferias de Ciencia: una propuesta para la enseñanza no formal" en el XX Congreso Nacional de Divulgación de la Ciencia y la Técnica*, SOMEDICyT, Michoacán, México.

Formas creativas de presentar información estadística multivariada

Rodolfo Jiménez Céspedes
Instituto Tecnológico de Costa Rica
rodjimenez@tec.ac.cr

Resumen: Se propone una forma innovadora de presentar gráficamente información estadística multivariada, dado que los análisis de ese tipo se basan generalmente en tablas que llevan formas muy elaboradas y tediosas de interpretación y presentación de datos puntuales.

Palabras claves: Aprendizaje, Gráficos, Análisis Discriminante, Multivariado, Hipótesis.

Introducción

A raíz de un estudio titulado *"Análisis de los procesos de aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes universitarios y su relación con dimensiones personales y contextuales"* realizado en el Instituto Tecnológico de Costa Rica, Sede de San Carlos) del 2010 al 2012, y el cual abarcó algunos procesos de aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes universitarios en el lugar mencionado, considerando para ello como variables relevantes las actitudes ante el aprendizaje, las estrategias de aprendizaje, los enfoques de aprendizaje y el autoconcepto. Además, se analizó a los estudiantes de acuerdo con la carrera de pertenencia, grupos de asociación y relaciones cruzadas entre ellos.

Aspectos referentes a los análisis de discusión

Dado que en este tipo de investigaciones es normal trabajar con muchas variables simultáneas y con una gran cantidad de datos (análisis multivariados), lo normal es asumir el reto de presentar la información de la forma más sintética y clara posible.

La idea aquí es evidenciar que, aunque las condiciones establecidas por los paquetes estadísticos ofrecen formas clásicas y elaboradas de muchas tablas de clasificación y otros datos procesados, siempre es bueno replantear formas alternativas que puedan brindar la información buscada de una forma simple y dinámica con respecto a las vías tradicionales.

Un viejo refrán chino reza que un dibujo dice más que mil palabras y en ese principio nos evocaremos para dar paso a dicha alternabilidad.

Una técnica de analizar datos multivariados luego de otros procesos estadísticos previos es la famosa técnica del análisis discriminante.

Hair, Anderson, Tathan y Black (1999) explican que el análisis discriminante es útil cuando se desea construir un modelo de pronóstico de pertenencia a un grupo dado apoyándose en características observadas de sujetos ya clasificados. El procedimiento proporciona una o varias funciones discriminantes (dependiendo de la cantidad de grupos) y basándose en las combinaciones lineales de las variables dependientes que ofrecen la mayor discriminación entre los grupos construidos.

Este proceso permite no solo verificar diferencias entre perfiles multivariados de diferentes grupos que se contrastan, sino que también, establece dimensiones que sintetizan esas dimensiones (Gargallo, 2005).

Caso 1:

Un ejemplo concreto es si se quisiera verificar la siguiente hipótesis:

> *"Existirán diferencias en las estrategias, en las actitudes ante el aprendizaje, en los enfoques de aprendizaje, en el autoconcepto y en el rendimiento, de los estudiantes muestreados, dependiendo de su carrera de pertenencia"*

Con un detallado análisis multivariado se puede demostrar que las estrategias, las actitudes, los enfoques y el autoconcepto presentaron en este caso alguna incidencia significativa según carrera de pertenencia.

Algunas de tablas de los datos contrastados para tal efecto, son las siguientes:

Diferencias en las estrategias de aprendizaje en función de la carrera de pertenencia a partir del perfil multivariado.

Contraste de las funciones	Lambda de Wilks	Chi-cuadrado	gl	Sig.
1 a la 3	,650	166,048	75	,000
2 a la 3	,815	78,975	48	,003
3	,926	29,843	23	,154

Tabla 1. Lambda de Wilks

Dimensiones	Función		
	1	2	3
E20. Organización de la información	,373(*)	,315	-,082
E12. Planificación	,345(*)	-,086	,322
E14. Control del contexto	,317(*)	-,037	,287
E2. Motivación extrínseca	-,312(*)	,164	,034
E8. Estado físico anímico	,307(*)	,027	,069
E25. Transferencia y uso de la información	,230(*)	-,147	,183
E1. Motivación intrínseca	,095(*)	,045	,039
E16. Conocimiento de fuentes y búsqueda de información	-,010	,492(*)	,294
E22. Almacenamiento por simple repetición	,053	,354(*)	,150
E9. Ansiedad	-,263	,313(*)	,171
E23. Almacenamiento por memorización y uso de mnemotécnicas	,194	,299(*)	,086

E15. Interacción social y trabajo con compañeros	,003	-,096(*)	,001
E24. Manejo de recursos para utilizar eficazmente la información	,043	,039	,475(*)
E7. Inteligencia modificable	,188	,306	,453(*)
E10. Autoevaluación	,046	-,168	,450(*)
E17. Selección de información	-,038	-,178	,445(*)
E6. Autoeficacia y expectativas	,048	-,141	,331(*)
E11. Conocimiento de objetivos y criterios de evaluación	,076	-,123	,310(*)
E18. Elaboración de la información	,112	-,112	,308(*)
E3. Valor de la tarea	,078	,180	,301(*)
E21. Personalización y creatividad	,174	-,096	,284(*)
E13. Control y autorregulación	,074	-,036	,265(*)
E19. Adquisición de información	-,054	,152	,220(*)
E5. Atribuciones externas	,208	,135	-,214(*)
E4. Atribuciones internas	,124	-,019	,174(*)

Tabla 2. Matriz de estructura

Carrera a la cual pertenece	**Función**		
	1	**2**	**3**
Computación	-,526	-,155	,197
Agronomía	-,049	,448	-,238
Administración	,782	-,039	,241
Turismo	,208	-,850	-,626

Tabla 3. Funciones en los centroides de los grupos

La interpretación de la Tabla 1 (Lambda de Wilks) las funciones significativas (1 y 2) presentan carácter bipolar en todas las carreras excepto en la carrera de Ingeniería en Computación, en la cual ambos valores son negativos.

En la primera función, el polo positivo se vincula en orden de importancia con organización de la información, planificación, control de contexto, estado físico y anímico y con menos carga a transferencia y uso de la información, incluso y ya en forma leve con atribuciones externas.

Por su parte, el polo negativo se vincula en orden de importancia con motivación extrínseca y en menor escala con ansiedad, lo cual es un buen indicador de buen manejo de esas dos estrategias.

Con respecto a la segunda función, el polo positivo se asocia con conocimiento de fuentes y búsqueda de información, almacenamiento por memorización y uso de mnemotécnicas, y además con las estrategias inversas de almacenamiento por simple repetición, ansiedad, lo cual manifiesta menor uso de estas dos últimas variables. Es importante indicar la incidencia de algunas estrategias que aunque sus valores no han sido clasificados como los más importantes, pues, evidencian un impacto importante en esta segunda función discriminante, se trata de organización de la información (0.315) e inteligencia modificable (0.306). Son valores para nada despreciables y que aportan información importante.

En cuanto al polo negativo se aprecia un solo elemento directo rescatable: interacción social y trabajo con compañeros, sin embargo, aparecen otros datos dignos de indicar tales como selección de información, autoevaluación y auto eficacia y expectativas, conocimiento de objetivos y criterios de evaluación y elaboración de la información; todos estos superiores que el que aparece señalado como negativo con un asterisco (ver la Tabla 2).

De la Tabla 3 "Funciones en los centroides de los grupos", se tiene que los estudiantes de Administración de Empresas y los de Turismo (ambos con clasificación bipolar) se ubican positivamente con respecto a la primera función y en forma negativa con respecto a la segunda función (muy fuerte los de Turismo y mucho más débil los de Administración de Empresas). Ello significa principalmente un mal uso o mal aprovechamiento de las siguientes estrategias de aprendizaje: planificación, control de contexto y transferencia y uso de la información. Aparecen otras con la misma conducta bipolar pero su incidencia es de muy bajo impacto.

Los estudiantes de Ingeniería en Computación, se presentan negativamente en las dos funciones discriminantes. Principalmente, en motivación extrínseca y en menor escala con ansiedad (o sea, en ambos casos, hacen buen uso de ello) en la primera función. Por su parte, la segunda función se vincula en niveles bajos con transferencia y uso de la información, selección de información, autoevaluación, autoeficacia y expectativas, conocimiento de objetivos y criterios de evaluación con la estrategia de elaboración de la información.

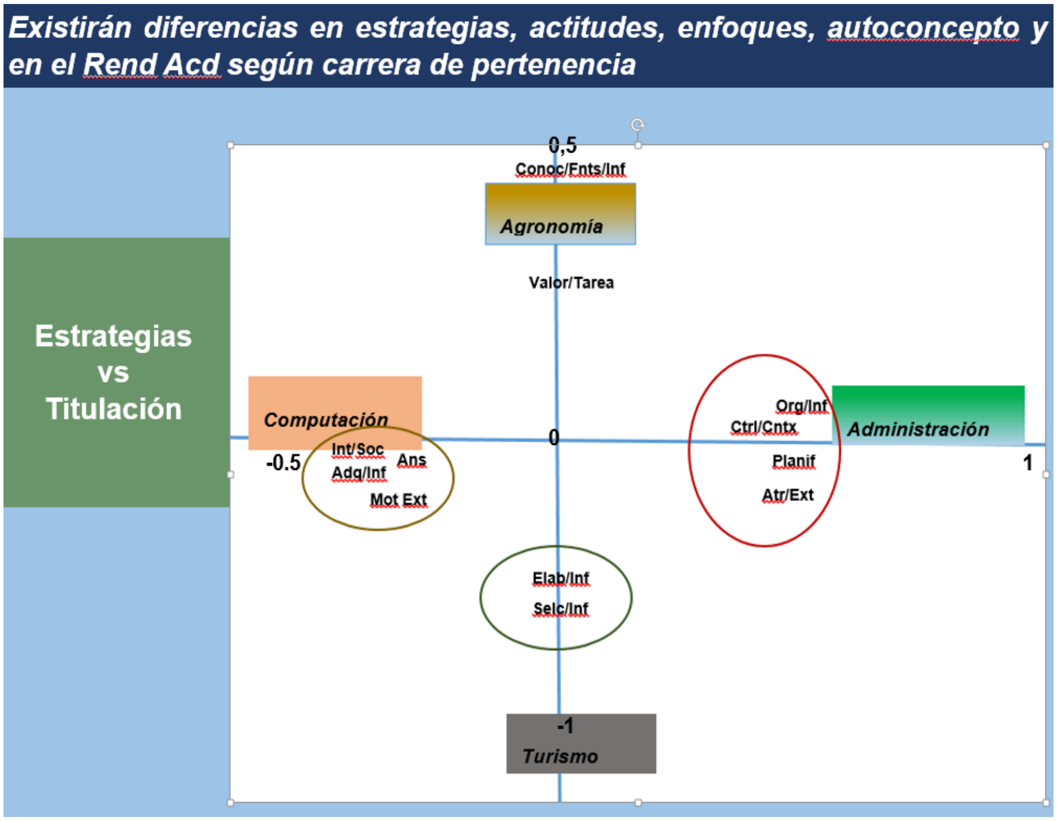
Para el caso de los estudiantes de Ingeniería en Agronomía, también bipolares pero con polaridad invertida con respecto a los de Administración de Empresas y a los de Turismo, tienen una posición negativa muy débil en la primera función (-0.049) y positiva en la segunda (0.448), lo cual evidencia una apreciable intensidad principalmente en el poco uso de la estrategia de motivación extrínseca y de ansiedad. En conocimiento de fuentes y búsqueda de información si tienen mejor desempeño, por otra parte, presenta una deficiencia importante en organización de la información, planificación, control de contexto, estado físico y anímico y en transferencia y uso de la información, lo anterior valorando solo la influencia de la primera función.

Para la segunda función, solo los estudiantes de Ingeniería en Agronomía están asociados con el polo positivo, indicando ello que los mismos hacen buen uso y mejor dominio de las siguientes estrategias ordenadas según la magnitud e incidencia: E16. Conocimiento de fuentes y búsqueda de información, E23. Almacenamiento por memorización y uso de mnemotécnicas, E20. Organización de la información, E7. Inteligencia modificable y en contraparte, menor empleo de estrategias tales como E22. Almacenamiento por simple repetición, E9. Ansiedad y E2. Motivación extrínseca.

Por otro lado, los relacionados con el polo negativo (los de Ingeniería en Computación, Administración de Empresas y los de Turismo) se asocian con las siguientes estrategias principalmente: E17. Selección de información, E10. Autoevaluación, E25. Transferencia y uso de la información, E6. Autoeficacia y expectativas, E11. Conocimiento de objetivos y criterios de evaluación y con E18. Elaboración de la información.

Con lo anterior se confirma la existencia de diferencias en las estrategias de aprendizaje dependiendo de la carrera de pertenencia.

Todo el discurso anterior se puede resumir creativamente con el siguiente dibujo:



Caso 2: Probando la siguiente hipótesis

> ***Los estudiantes de diferente sexo tendrán diferencias significativas en sus estrategias de aprendizaje, actitudes, autoconcepto y enfoques, disponiendo de más y mejores las mujeres.***

Las rutinas del procesador estadístico al momento de los análisis multivariados entre otras cosas, ofreció lo siguiente:

Contraste de las funciones	Lambda de Wilks	Chi-cuadrado	gl	Sig.
1	,867	56,524	4	,000

Tabla 4. Lambda de Wilks

Se halló una función discriminante estadísticamente significativa que presenta un alto nivel de significación en la prueba Lambda de Wilks (0.000).

Estrategias contrastadas	Función
	1
E18. Elaboración de la información	,716
E20. Organización de la información	,631
E23. Almacenamiento por memorización y uso de mnemotécnicas	,604
E19. Adquisición de información **(a)**	,374
E24. Manejo de recursos para utilizar eficazmente la información **(a)**	,341
E16. Conocimiento de fuentes y búsqueda de información **(a)**	,339
E13. Control y autorregulación **(a)**	,321
E15. Interacción social y trabajo con compañeros **(a)**	,266
E14. Control del contexto **(a)**	,266
E3. Valor de la tarea **(a)**	,228
E12. Planificación **(a)**	,217
E25. Transferencia y uso de la información **(a)**	,192
E4. Atribuciones internas **(a)**	,189
E17. Selección de información **(a)**	,185
E11. Conocimiento de objetivos y criterios de evaluación **(a)**	,175
E1. Motivación intrínseca **(a)**	,174
E22. Almacenamiento por simple repetición **(a)**	,140
E6. Autoeficacia y expectativas **(a)**	,138
E10. Autoevaluación **(a)**	,100
E2. Motivación extrínseca **(a)**	,076
E9. Ansiedad **(a)**	,071
E8. Estado físico anímico **(a)**	,070
E7. Inteligencia modificable **(a)**	,033
E5. Atribuciones externas **(a)**	,009
E21. Personalización y creatividad	-,002

Tabla 5. Matriz de estructura

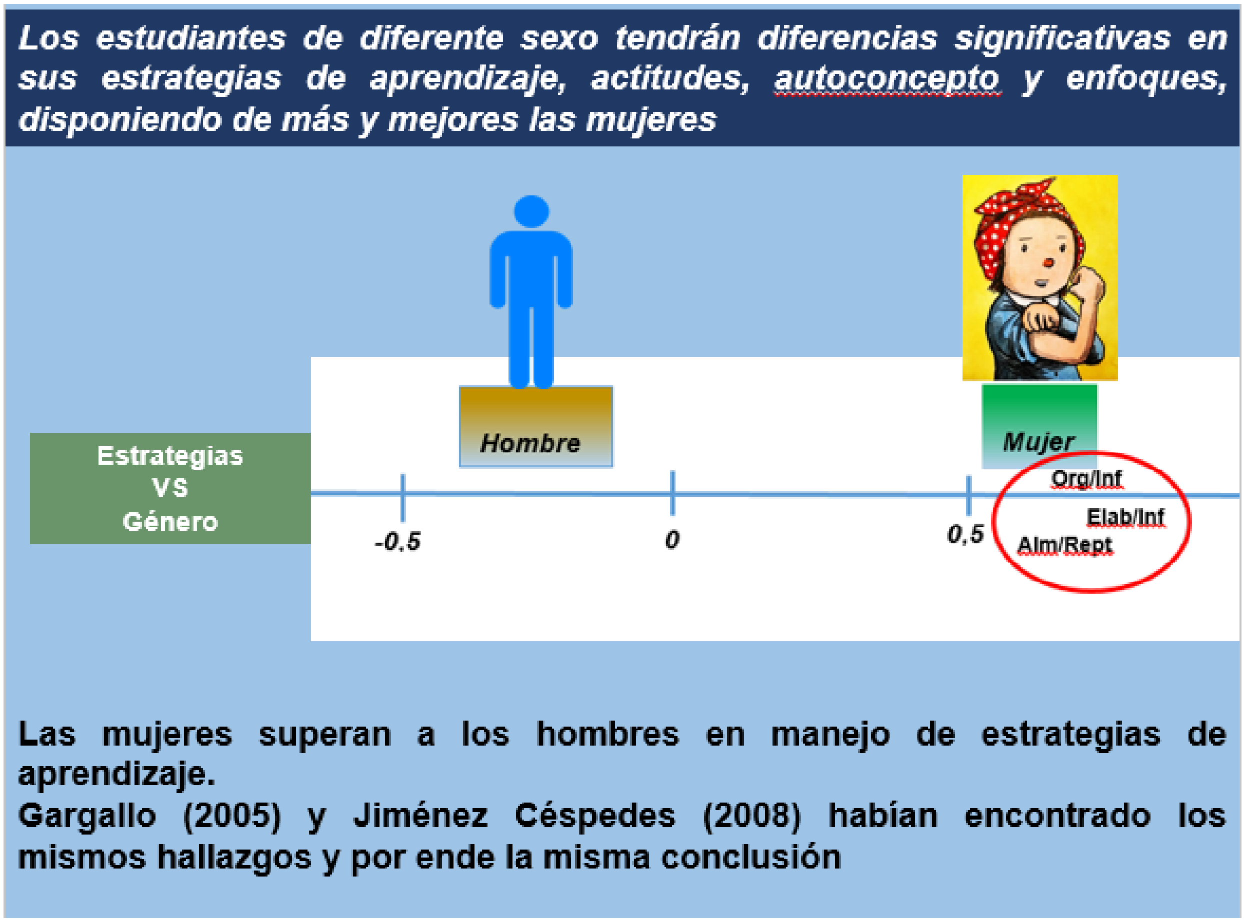
Correlaciones intra-grupo combinadas entre las variables discriminantes y las funciones discriminantes canónicas tipificadas. Variables ordenadas por el tamaño de la correlación con la función. **(a)** Esta variable no se emplea en el análisis.

Género	Función
	1
Hombre	-,260
Mujer	,587

Tabla 6. Funciones en los centroides de los grupos

Analizando los centroides de los grupos por género (Tabla 6) se nota cómo los hombres se asocian negativamente a la función en forma mediana, mientras que las mujeres tienen una asociación positiva bastante fuerte. Se puede afirmar entonces que los hombres se manejan mal en lo referente a la estrategia de personalización y creatividad, casi esa asociación es despreciable dada la poca intensidad del coeficiente negativo dentro de la matriz de estructura (-0.002) el cual perfectamente podría ni siquiera mencionarse. Las mujeres, tienen un comportamiento muy importante en las estrategias E18. Elaboración de la información, E20. Organización de la información, E23. Almacenamiento por memorización y uso de mnemotécnicas. De las otras estrategias se dice al pie de la Tabla 6., que no han sido consideradas para el análisis.
Se concluye que efectivamente "los estudiantes de diferente sexo tendrán diferencias significativas en sus estrategias de aprendizaje, disponiendo de más y mejores estrategias las mujeres". Las mujeres superan a los hombres en manejo de estrategias de aprendizaje.

Lo anterior se resume también con la siguiente representación gráfica:



Conclusiones

Con el propósito de proponer alternativas de presentación de la información se han utilizado solo dos ejemplos ilustrativos, sin embargo, se pueden ofrecer varios casos adicionales.

Lo que se espera con esto es apelar a la creatividad e innovación, sabiendo que exponer resultados estadísticos puede ser un proceso algo elaborado y hasta tedioso, pero también pueden darse representaciones gráficas amenas que con un simple gráfico dibujado con la barra de dibujos de algún editor de textos o programa tipo "Paint”.

La idea medular es apoyarse en gráficos simples sobre los cuales se puede plasmar mucha información y dar lugar a discursos más dinámicos y bien fundamentados.

Referencias bibliográficas

Gargallo, B. (Dir.) (2005). *Procesos de enseñanza y aprendizaje en la Universidad. Análisis de la incidencia de variables fundamentales en el modo en que los estudiantes afrontan el aprendizaje.* Universidad de Valencia: Informe de Investigación no publicado (por cortesía del autor).

Hair, J.F., Anderson, R.E., Tatham, R.L., & Black, W.C. (1999). *Análisis Multivariante*. Madrid: Prentice Hall.

Jiménez Céspedes, R. (2008). Aprendizaje y rendimiento académico en los estudiantes universitarios del Instituto Tecnológico de Costa Rica, Sede Regional de San Carlos, según sus estrategias y actitudes ante el estudio. Proyecto de Investigación en el Doctorado en Intervención Educativa por Universidad de Valencia e Instituto Tecnológico de Costa Rica. Informe de Investigación no publicado.

Jiménez Céspedes, R. (2015). *Análisis de los procesos de aprendizaje y el rendimiento académico de los estudiantes universitarios y su relación con dimensiones personales y contextuales*. (Tesis de Doctorado, Universidad de Valencia, España). Recuperado de http://roderic.uv.es/handle/10550/50924

Introducción a la metodología STEAM

Marco V. López Gamboa
NeuroAula/I.S. Corporación
mlopez@iscr.com
mviniciopcn@gmail.com

Carlos Ml. Córdoba González
NeuroAula/I.S. Corporación
ccordoba@humantechcorp.com
ccordoba@neuroaula.net

Resumen: en el presente trabajo, se explicará en que consiste la metodología STEAM, la cual es una herramienta que llega a potenciar los procesos de enseñanza y aprendizaje, a partir de las interdisciplinariedad en la que se fundamenta, resaltaremos que más que implementar el STEAM como metodología, se debe articular como un proyecto institucional, para que se logren canalizar sus beneficios y aprovechar los recursos y procesos que se derivan de su implementación, integrando no solo así a profesores y a estudiantes, sino, además miembros de la comunidad. Mencionaremos también, sus tendencias como lo son el "Design Thinking", "Minecraft", "Robótica", entre otras; abordando además aspectos como la innovación educativa y el aprendizaje por competencias. El STEAM además de promover el interés por asignaturas como Ciencias Naturales y Matemáticas, y por supuesto afinidad por carreras STEM (ciencias básicas e ingenierías), desarrolla en los estudiantes habilidades y capacidades muy importantes como el trabajo en equipo, la comunicación oral y escrita, entre otras.

Palabras clave: STEAM, STEM, competencias, aprendizaje, ciencia, robótica, Scratch

Introducción

El STEAM, primero que todo, es un acrónimo del idioma inglés, que aborda las siguientes áreas: Science, Technology, Engineering, Arts and Mathematics; surge como una necesidad para promover el interés por las Ciencias Naturales y Matemáticas en los jóvenes estudiantes, en diversas partes del mundo, sobre todo en Estados Unidos, primero con STEM, y luego incorporando a las "Artes", implícitamente involucrando al diseño, de ahí la incorporación de la letra "A" en el acrónimo. En países como Costa Rica, se utilizan sobre todo los acrónimos STEAM y STEM, aunque a veces se suelen mencionar sus respectivas traducciones al español C-TIMA y C-TEM.

NeuroAula es una institución que promueve el uso eficiente de la tecnología, más allá del paradigma del acceso (conexión, ancho de banda, equipo de laboratorio, etc.) como herramienta, para potenciar la enseñanza y el aprendizaje, con el fin de lograr una educación con propósito y bienestar común, además de que investiga y promueve la implementación del STEAM, como un modelo educativo, que debe ser articulado de forma institucional, familiar y comunal, y que no sea considerado como un elemento más de esos que hacen interesantes las clases y que con el tiempo, dejan de ser impactantes y que pasan desapercibidos por la rutina. En este texto, explicaremos unas nociones sobre el STEM y el STEAM, además de cómo se puede articular a nivel en una institución educativa.

Sobre el STEM y el STEAM

Primero surge el termino STEM, que fue acuñado por la Fundación Nacional para la Ciencia (National Science Foundation) de EEUU en la década de los 90.

Ruiz (2017) resalta dos enfoques que tiene el STEM, mencionados por Yakman:

1) El enfoque tradicional, que entiende el aprendizaje STEM como cuatro parcelas individuales que se desarrollan de forma independiente.
2) El enfoque reciente o integrador, que entiende las cuatro materias del aprendizaje STEM de forma conjunta. La propia autora para enfatizar la separación entre materias describe de forma diferenciada estos dos conceptos, el primero como S-T-E-M y el segundo como STEM (Yakman, 2008; Yakman y Lee, 2012).

Luego la Rhode Island School of Design incorpora a las "Artes y al Diseño" al acrónimo y se forma el STEAM. Para más información se recomienda al lector visitar: http://stemtosteam.org

Figura 1: STEM adicionándole "the art".

Fuente: https://openclipart.org/detail/204493/stem-+-art-=-steam

Yakman (citada por Ruiz, 2017) considera esencial introducir en el modelo lo que en inglés se denomina "the arts" para generar un aprendizaje verdaderamente integrado y creativo (Yakman, 2008).

Hay que resaltar, que el STEAM, no solo acopla el modelo interdisciplinario entre las áreas del conocimiento que forman al acrónimo, sino también que integra a otras áreas del conocimiento, es decir se puede hacer implementar STEAM con Historia, con Literatura, etc.

Lo siguiente ilustra y guía a los docentes, que pueden incorporar en el currículo una interdisciplinariedad entre las asignaturas basadas en el STEAM, sacando más provecho y sobre todo generando más aprendizaje significativo en sus estudiantes.

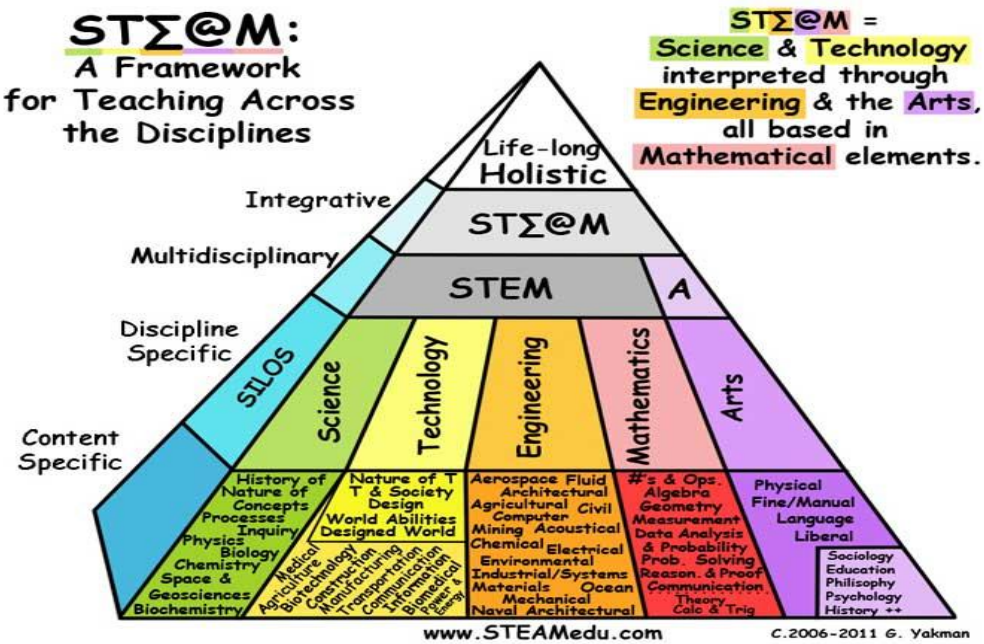


Figura 2: Un marco de enseñanza de todas las disciplinas.

Fuente: https://steamedu.com/downloads-and-resources/

Yakman y Lee (citados por Ruiz, 2017), así lo consideran, ya que, para ellos, la integración dentro del aprendizaje STEM, “the arts” se convierten en un agente multidisciplinar que permite conectar a las ciencias como ámbitos artísticos que facilitan la comunicación, la comprensión de la realidad y hacen aflorar estrategias y soluciones creativas.

En general tanto el STEM como el STEAM, tienen como premisa principal, promover el gusto por la Ciencias Naturales, Matemáticas y las Artes, a través del uso de la Tecnología y la Ingeniería, promoviendo un mayor interés por todas estas áreas del conocimiento en los estudiantes, además de incentivarlo a seguir un camino profesional por carreras y oficios relacionado en Ciencia y Tecnología; pero además y lo más importante fortaleciendo el proceso de enseñanza y aprendizaje de los mismos, ya que durante el proceso, se fortalecen habilidades como la comunicación oral y escrita, el trabajo en equipo, entre otras cualidades, que son indispensables en cualquier campo profesional a la hora de ejercerlo en el contexto laboral.

El STEAM fue promovido en los EEUU, sobre todo en la administración Obama, el cual consideraba lo siguiente:

> La ciencia es más que una materia escolar, o la tabla periódica, o las propiedades de las ondas. Es una aproximación al mundo, una manera fundamental para entender y explorar e interactuar con el mundo, y luego tener la capacidad de cambiar ese mundo …(2015).

El pensamiento de Obama, es acertado en el sentido que no se deben ver a las Ciencias o cualquier otra asignatura como una fuente de contenido de lo que estudia, sino, que además durante el proceso del aprendizaje y obtención de conocimiento, se aprenden y desarrollan otras capacidades, como el pensamiento crítico, fomentando no solo así la capacidad de un estudiante por comprender las diversas manifestaciones de la naturaleza y misterios del universo, sino, además, su capacidad analítica y capacidad de generar opiniones y decisiones en cualquier otro campo del conocimiento o de su vida cotidiana.

Tendencias que promueven al STEM y al STEAM

Dentro las tendencias que promueven tanto al STEM como al STEAM, se pueden mencionar y resaltar:

Design thinking (pensamiento de diseño)

Partiendo primero de la definición general de este contexto que para Bermúdez (2014) es la siguiente:

> Design Thinking en el mundo empresarial se marca como objetivo el estudio de los productos y servicios que se les está prestando a los clientes para mejorar su calidad y satisfacer sus necesidades. Así, este trabajo de diseño integra una labor en equipo que intenta descubrir un prototipo de un producto que resuelva los problemas de los clientes.

Basados en ese planteamiento, es totalmente aplicable en el contexto educativo, ya que siguiendo sus lineamientos, se puede mejorar el proceso de enseñanza y aprendizaje, como bien lo mencionan López y León (2014):

> Design Thinking es una metodología innovadora que nos va a ayudar a solucionar problemas de nuestro centro educativo, encontrando soluciones sencillas y de bajo coste, adaptadas a nuestros alumnos y entorno. Se basa en la colaboración, observación, experimentación y continua evaluación de los resultados obtenidos.

Los lineamientos del Design Thinking que son perfectamente acoplables para implementar en cualquier proceso educativo, son los siguientes mencionados por López y León (2014):

- Empatizar.
- Definir.
- Idear.
- Prototipar.
- Probar.

Como se puede analizar, estos procesos en general son o deberían formar parte de cualquier planeamiento en un proceso de enseñanza y aprendizaje, mismos que se aplican y desarrollan en el STEAM.

i. Movimiento Maker

Como mencionan Domínguez y Mocencahua (2016), cuando hacen alusión a Pepler, es una cultura en crecimiento que está redefiniendo la relación de la sociedad y la tecnología, en donde todos comparten el qué, cómo y por qué. El énfasis del movimiento es aprender a través de la experiencia y aunque tiene como estandarte el concepto del hazlo tú mismo

"DIY = Do It Yourself", que promueve el trabajo en equipo, la obtención y producción de conocimiento en comunidad y la anulación del individualismo en pro del hazlo con otros "DIWO = Do It With Others".

Lo anterior, fundamentado en el uso del software y hardware libre, promoviendo en aprendizaje de la robótica, microprocesadores Arduino, impresión 3D y demás tecnología afín. Todo esto conlleva a no solo promover el aprendizaje, sino también a compartir conocimiento y además a estandarizar aún la tecnología, ya que muchos proyectos se desarrollan con el mismo hardware y software, pero con diversos fines.

ii. Robótica

Favorece la construcción de conceptos y conocimientos de distintas disciplinas, no solo tecnológicas o científicas, desde el nivel infantil hasta el universitario.

Acuña (s.f) concibe a la robótica educativa como un contexto de aprendizaje que se apoya en las tecnologías digitales para hacer robótica e involucrar a quienes participan, en el diseño y construcción de creaciones propias (objetos que poseen cuerpo, control y movimientos), primero mentales y luego físicas, construidas con diferentes materiales y controladas por un computador llamadas simulaciones o prototipos.

La robótica junto con la programación, introduce a los estudiante, en un mundo no solo de uso y aplicación de tecnología, sino que además fortalece otras habilidades, como el trabajo en equipo y va introduciendo a los estudiantes a desarrollar habilidades investigativas, que varían en función de los proyectos que vayan a desarrollar con robótica, como por ejemplo el prototipado de un sistema agua a presión, los estudiantes deben de estudiar conceptos de física, específicamente dinámica y estática de fluidos, para así articularlos con las herramientas de la robótica que vayan a implementar en el prototipo.

Esto converge con lo mencionado por Pittí (2012):

> La robótica educativa no se trata exclusivamente de que el docente enseñe robótica, sino de que utilice este recurso tecnológico en su asignatura como factor de motivación para, a partir del interés, llevar al alumno a la construcción de su propio conocimiento, y como indican diversos estudios al desarrollo de competencias como: la autonomía, la iniciativa, la responsabilidad, la creatividad, el trabajo en equipo, la autoestima y el interés por la investigación.[2]

iii. Programación

Enseñar a programar no solamente es una utilidad, pensando en generar nuevos ingenieros en Sistemas, Software y afines, más que todo con su aprendizaje, se pueden desarrollar otras capacidades, como a definir y elaborar procesos y su respectiva sistematización.

Para etapas iniciales de aprendizaje de la programación, una herramienta crucial es el "Scratch", el cual tiene muchas versatilidades de didáctica sobre lenguajes de programación convencionales, ya que esté, fue diseñado para enseñar los primeros pasos de programación sobre todo para niños, lo cual no debe considerar como un impedimento para que una persona adulta, no se aventuré a dar sus primeros pasos en programación con el "Scratch".

Como lo indican López y Sánchez (2012), el diseño del lenguaje de programación Scratch ha pretendido superar estas limitaciones: es un lenguaje visual y no hay que escribir líneas de programación, por tanto, se evitan los errores al teclear; se pueden realizar todo tipo de proyectos y actividades personalizadas utilizando recursos multimedia; la web de Scratch permite compartir los proyectos realizados y obtener asesoramiento de otras personas.

Otra versatilidad del Scratch es que se puede integrar su programación a la computación física, es decir que la programación que se realice en esté, se puede integrar a microprocesadores de Arduino y similares. También es importante destacar que es Scratch es un software multiplaforma, es decir se puede instalar en Windows, Mac OS y diversas distribuciones Linux.

iv. Minecraft

Se trata de un videojuego del tipo Sandbox, es decir, se trata de un entorno de juego en el que los participantes disponen de una gran libertad de acción y exploración. Los participantes disponen de una gran libertad de acción y exploración. Los usuarios tienen una importante capacidad de elección para definir sus objetivos, al igual que para generar de forma activa la secuencia narrativa que desean crear en el proceso de juego, estableciendo un marco abierto, no lineal; así lo definen Gertrúdix Barrio y Gertrúdix Barrio, al ser citados por Martínez, Velázquez y Morales (s.f).

Para Martínez, Velázquez y Morales (s.f) "Minecraft" es un amigable entorno virtual 3D en el que los estudiantes pueden explorar, crear, colaborar e inventar juegos para mostrar su comprensión sobre cualquier disciplina, como señala Sara Kaviar cuando muestra su experiencia con estudiantes en el aula de humanidades en el marco de la Progressive Education Network de Los Ángeles (2013), pero remarcando también las posibilidades en otras disciplinas como ciencias o matemáticas.

Minecraft es juego multiplataforma que se encuentra en sistemas operativos como los mencionados en Scratch, además de Android y de juegos para consolas como Xbox.

v. Aprendizaje por proyectos

Dos ejes elementales para desarrollar el aprendizaje por proyectos son la autonomía y la motivación, como lo mencionan Boned (2015), la primera porque pretende que el alumno adquiera un papel protagónico en su aprendizaje y porque además este aprendizaje debe ser significativo para que quede bien fijado y la segunda, porque si algo nos interesa, ponemos esfuerzo en realizarlo, contrario al aprendizaje de forma mecánica que no es funcional para el futuro y es olvidado con rapidez.

Estos dos ejes, son a su vez las ventajas del aprendizaje por proyectos, ya que, saliendo del método tradicional, hace no solo más entretenido al aprendizaje, además de más productivo, todo esto usando herramientas tradicionales de clase desde el papel y lápiz, hasta actividades deportivas, artísticas, además de laboratorios de ciencias y robótica por mencionar algunos. Además de que potencia el desarrollo de habilidades y capacidades como el desarrollo de estructuras organizaciones, cuando se trata de proyectos grupales, inculcando en los estudiantes, el trabajo en equipo y designación de roles.

Otros elementos intrínsecos en el STEAM

Para desarrollar el STEAM, como cualquier otro proceso de enseñanza y aprendizaje es indispensable considerar dos elementos muy importantes:

vi. Innovación

La innovación debe estar presente en todo proceso educativo, por más sencillo que sea, ya que la ausencia de está, puede fomentar en los estudiantes un desinterés en lo que se esta enseñando, por eso es una responsabilidad de los docentes innovar en sus procesos de enseñanza, como bien cita Rimari (s.f) a Imbernón: *"la innovación educativa es la actitud y el proceso de indagación de nuevas ideas, propuestas y aportaciones, efectuadas de manera colectiva, para la solución de situaciones* *problemáticas de la práctica, lo que comportará un cambio en los contextos y en la práctica institucional de la educación".*

Desde una forma más general, Miller define a la innovación como lo cita Wagner (2014) a continuación: *"....proceso de tener ideas y pensamientos originales que tienen valor para, posteriormente, implementarlas de forma que sean aceptadas y utilizadas por un gran número de personas."*

Rick Miller es presidente del Olin College of Engineering.

Otra definición para este término, que también cita Wagner (2014) de Ellen Browman (Ex directora de general de relaciones de Procter&Gamble), es la siguiente: *"Resolver problemas de manera creativa."*

Como se aprecia, la innovación básicamente está relacionada no solo con la originalidad, sino, que también con la creatividad e inclusive sencillez de las cosas, en un artefacto o un proceso.

Wagner (2014), fundamenta para desarrollar la Innovación en un proceso educativo, se deben contemplar tres pilares:

- ✓ Sabiduría.
- ✓ Motivación.
- ✓ Habilidades de pensamiento creativo.

Que a su vez van integrando otros elementos indispensables en el proceso, como lo son una cultura de trabajo en equipo, de resolución de problemas e interdisciplinar, además de incentivos intrínsecos como el juego, la exploración y los retos que se vayan a presentar, para así desarrollar un sentido de pertenencia y no de obligación durante el proceso.

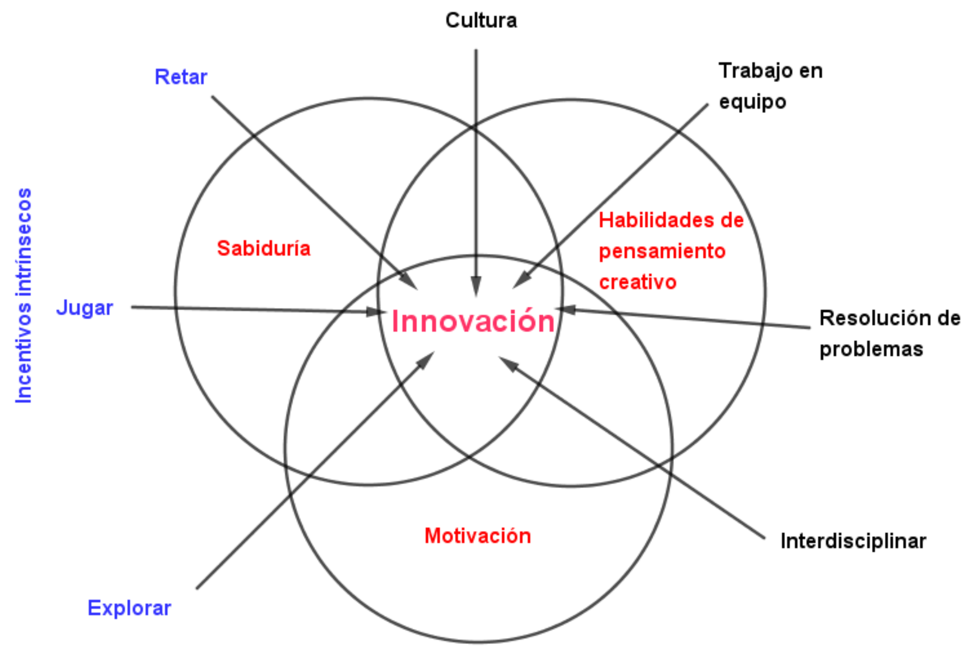


Figura 3: Fundamentos para lograr la Innovación. Fuente: [14]

Wagner (2014) también plantea que se puede aprender innovar y que la innovación no es algo especial con lo que algunos nacen, que se deben enseñar y potenciar los siguientes aspectos:

- ✓ La curiosidad: habilidad de hacer buenas preguntas y el deseo de entender con profundidad las cosas.
- ✓ La colaboración: comenzar por escuchar y aprender de los que tengan perspectivas distintas a las propias.
- ✓ El pensamiento asociativo e integrador.
- ✓ La inclinación hacia la acción y la experimentación.

Como se puede analizar para innovar, lo que se necesita además de lo anterior, es básicamente la voluntad de aprender y de implementarla, en función de las necesidades del contexto en que uno se encuentre.

vii. Aprendizaje por competencias

Es importante resaltar el significado de "competencia" en este contexto, López (2014), lo describe basado en el Diccionario de la Real Academia Española como *"....la competencia es la actividad humana en que se aglutina la experticia de saber y de saber hacer y el afán de superación de saber ser, ineludiblemente sintetizados los tres saberes en la consecuencia psico-dinámica de la cooperación."*

Para López (2014) tanto los docentes como los estudiantes, tienen roles muy importantes en el modelo de aprendizaje por competencias, en el caso de los docentes los clasifica en dos modelos:

- o Modelo puntual: en el que básicamente el docente no apoya la educación basada en el logro de competencias, es decir:
  - No atiende la globalidad de la personalidad que se educa.
  - No fortalece la exigencia de la aplicación de los conocimientos.
  - No considera ni valora el trabajo cooperativo de los profesores y alumnos.
- o Modelo triangular: contrario al puntual, y más bien involucra corregir las deficiencias que esté genera, este modelo se fundamente en tres dimensiones en las que debe estar involucrado el docente:
  - Humanístico-personal: fundamentada en tres ejes: relación interpersonal, liderazgo-grupo y habilidad social.
  - Socio-cultural: basada en la receptividad y apertura, participación y compromiso, del profesor(a) hacia los estudiantes.
  - Epistemo-tecnológico: crear y potenciar el deseo de saber, la inquietud intelectual y cultural.

Es claro, que la responsabilidad del proceso de enseñanza y aprendizaje no solo recae en el docente, los estudiantes también son actores y deberían cumplir con ciertas características que deben ir adquiriendo y fortaleciendo durante el proceso, entre estas características López (2014) resalta las siguientes:

- Comprometido.
- Activo/Participativo.
- Lector/Investigador.
- Cooperativo:
    - Como persona.
    - Como profesional.
    - Como ser ético-cultural.

Estas características son indispensables, se van desarrollando en el STEAM, lo que hace que los estudiantes, no solo se preparen y desarrollen en sus procesos de enseñanza y aprendizaje, por medio del STEAM, sino, que además se preparen, como seres humanos, colaboradores y generadores de cambio en su sociedad y además estarán mejor preparados en el contexto laboral, ya que las anteriores características, casi son sobre entendidas y requeridas en la mayoría de contextos laborales de la actualidad.

Es fundamental resaltar que tanto docentes como estudiantes, deben empezar a adquirir y dominar las nuevas competencias basadas en la era digital en la que vivimos e integrarlas con las del paradigma anterior, como lo plantea Henry Jenkins (Director del Programa Comparativo de Estudios de Medios en el Instituto Tecnológico de Massachusetts) citado por Rodríguez (2011), *"Las nuevas competencias digitales que rigen la alfabetización del siglo XX: son las tres "Xs" (eXploration, eXpression, eXchange) que se deben complementar a las tres "Rs" tradicionales (wRiting, Reading, aRithmetics)".*

Lo anterior, implica y ratifica que las competencias tradicionales deben complementarse con las nuevas digitales, ahora no basta con aprender a leer, escribir y a sumar por ejemplo; sino, además, en el proceso de aprendizaje se debe estimular la exploración, para obtener y generar nuevos conocimientos, la expresión, aprender a cómo comunicarse para hacer preguntas y/o compartir conocimiento y expresar opiniones, es decir comunicarse asertivamente y por su puesto el intercambio de ideas y conocimientos, todos estos deben ser elementos que deben ser integrados en los procesos de aprendizaje.

Por último, mencionar y que más adelante se explicará, que en el proceso de enseñanza y aprendizaje, no solo actúan los docentes y los estudiantes, si no, que también hay otros actores como lo son la familia y comunidad, así como los demás miembros de la institución educativa como el director o directoras y demás miembros administrativos.

Implementación del STEAM

NeuroAula considera que el STEAM para que pueda implementarse con éxito en una institución educativa y que sobre todo genere un impacto significativo, esté debe visualizarse como un proceso, que englobe a toda la institución educativa (administrativos, docentes y estudiantes), además de la comunidad y a la familia, generando una empatía en todos estos elementos para lograr entre todos, el objetivo principal, que es desarrollar e integrar al STEAM, como modelo educativo institucional:

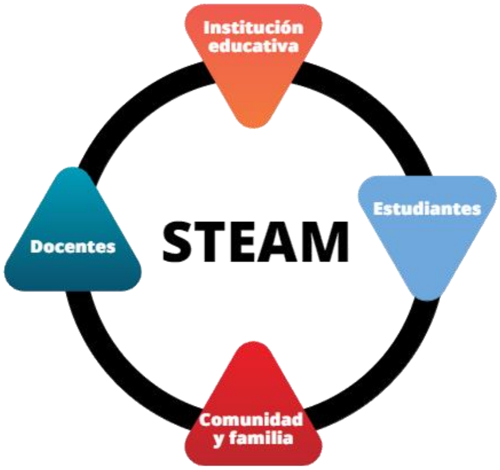


Figura 4: Participantes en el STEAM. Fuente: NeuroAula

Ya que esta forma, el proceso de implementación y ejecución del STEAM, creará más impacto, para esto es indispensable que toda la organización y estructura de cualquier institución lo adopte y que no sea desarrollado como un complemento de una actividad, asignatura o el simple uso de tecnología nueva, sino más bien que forme parte del currículo de la institución educativa y que se desarrolle de forma interdisciplinar, es decir que todas o al menos la mayoría de las asignaturas puedas sacar provecho de todas las herramientas que implica desarrollar STEAM en una institución.

Para lo anterior se deben considerar los siguientes pasos previos a su implementación y desarrollo:

Figura 5: Pasos que debe seguir la institución educativa para implementar el STEAM.

Fuente: NeuroAula

Como lo describe el diagrama anterior, es indispensable no solo asesorar a los docentes, sino también a los miembros administrativos de la institución, para así articular lo siguiente:

1. Asesoramiento a funcionarios administrativos y docentes: capacitar tanto a administrativos y a docentes en el STEAM, a los primeros para integrarlos más en el proyecto y que reconozcan que son y serán elementos fundamentales para el desarrollo del STEAM y cualquier proceso similar; a los segundos para dar a entender que el STEAM, no es solo para docentes de las áreas que abarca el acrónimo y la especialidad en cuestión, si no que pueden involucrarse docentes de literatura, historia y educación física por mencionar algunos, además de que así se da inicio a futuros grupos interdisciplinarios.
2. Integración curricular y evaluativa: involucrando al director o directora y a las coordinaciones académica y de evaluación, además del coordinador de departamento o nivel, o afines; para que integren el STEAM dentro del currículo y la evaluación, entiéndase la incorporación en los rubros de evaluación, así como dentro del planeamiento didáctico de las asignaturas desarrolladas en la institución, además de considerar la interacción de las actividades referentes al STEAM dentro del cronograma de actividades generales de la institución, para que así los profesores sepan de antemano que las actividades que vayan a desarrollar no van chocar con otras que realice la institución, por mencionar un ejemplo.
3. Conformación de equipos interdisciplinarios de docentes: estos equipos, tendrán como función principal el planteamiento y vinculación de contenidos entre las diversas asignaturas, para así generar una base de datos, de contenidos entre asignaturas que se pueden desarrollar de forma directa o indirecta con el STEAM. Eventualmente en función de las experiencias y observaciones que estos equipos recaben a través del tiempo, podría generarse una comisión docente de STEAM.
4. Confección de un plan de trabajo: el diseño de un plan de trabajo es indispensable, ya sea anual, semestral o trimestral, para visualizar aspectos como cronogramas, requerimientos, asignaturas involucradas, participantes (estudiantes, docentes, administrativos, expertos, miembros de la comunidad, etc.) en las diversas actividades que se pretendan desarrollar. Así como la confección de plantillas o formatos, usuales para la confección de informes de trabajos y proyectos de investigación, así como demás protocolos, como de uso de laboratorios, de equipos, seguridad, etc.
5. Diseño de proyectos a desarrollar por parte de estudiantes y profesores: generar una lista de temas para desarrollar en proyectos, inclusive que integren a la comunidad; pero también dejar libre la opción de que los estudiantes propongan proyectos a desarrollar, claro está, aprobada su factibilidad por el o los docentes encargados.

La ejecución de estos pasos prepara a la institución educativa a ejecutar no solo el STEAM, sino cualquier otro modelo educativo, con la premisa de que genere impacto y se vean los resultados cada año y en cada nivel en el que se ejecuten, y que no sean como se ha mencionado antes, estrategias novedosas que con el tiempo van perdiendo el interés, o solo son la novedad de una materia arbitraria en la que se implementaron en ese momento.

En conclusión, el implementar el STEAM de una forma articulada, en la que todas las partes mencionadas, se involucren, además de generar un impacto significativo en la institución educativa, y por supuesto de propiciar un mayor interés por asignaturas y carreras denominadas STEM, entiéndase carreras de Ciencias Básicas, Ingeniería y Tecnología; involucrará más a la institución con la comunidad y miembros de la familia de los estudiantes; además que durante el proceso de las diferentes actividades y proyectos que se generen por medio de la interdisciplinariedad de asignaturas, desarrollará en los estudiantes capacidades, no solo en las asignaturas bases del STEAM como las Matemáticas, sino, como se ha indicado anteriormente, la capacidad para trabajar en equipo, la comunicación oral y escrita, el pensamiento crítico, entre otras; las cuales son capacidades que muy requeridas no solo en los contextos empresariales actualmente, sino también, en los ciudadanos de la sociedad actual, de ahí la importancia de comenzar a implementar esta metodología desde procesos iniciales de aprendizaje como lo son la enseñanza preescolar y la enseñanza primaria.

Notas

[1]U.S. Departament of Education. (s.f). Science, Technology, Engineering and Math: Education for Global Leadership. Recuperado de https://www.ed.gov/stem

[2]Pittí, K. (2012). Robótica Educativa, Doctorado en "Las TICs en Educación". [Blog]. Recuperado de https://diarium.usal.es/kathia_pitti/2012/10/01/la-robotica-en-la-educacion/

Referencias bibliográficas

Acuña, A. (s.f). La robótica educativa: un motor para la innovación. Recuperado de http://www.fod.ac.cr/robotica/descargas/roboteca/articulos/2009/motorinnova_articulo.pdf

Bermúdez, G. (2014). Design thinking: el futuro de la educación, una nueva forma de trabajo. Revista Digital La Gaveta, Núm. 20. Recuperado de http://www3.gobiernodecanarias.org/medusa/edublogs/cepsantacruzdetenerife/files/2014/09/R20-Design-Thinking.pdf

Boned, S. (2015). *Aprendizaje por proyectos: Una alternativa al método tradicional de enseñanza-aprendizaje* (tesis de grado). Universidad Internacional de la Rioja, Monzón, España. Recuperada de https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/2940/Sandra_Boned_Fuentes.pdf?sequence=1

Domínguez, M., Mocencahua, D. (2016). *Propuesta educativa del movimiento maker como herramienta para generar estrategias de aprendizaje de matemáticas. Tecnologías aplicables a la educación: innovación educativa*. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/319311694_Propuesta_educativa_del_movimiento_maker_como_herramienta_para_generar_estrategias_de_aprendizaje_de_matematicas_Tecnologias_aplicables_a_la_educacion_innovacion_educativa

López, C., Sánchez, R. (2012). *Scratch y Necesidades Educativas Especiales: Programación para todos*. Revista de Educación a Distancia, Núm. 32. Recuperado de http://revistas.um.es/red/article/view/233521/179471

López, H. (2014) *Enseñar y aprender competencias*, 1era edición. Malaga: Ediciones Aljibe.

López, C., León, A., Morales, G. (s.f). *Introducción práctica: Design Thinking para Educadores*. Recuperado de http://cfiesoria.centros.educa.jcyl.es/sitio/upload/Presentacion_design_thinking_para_educadores_CFIE.pdf

Martínez, F., Velázquez, F., Morales, G. (s.f). El uso de Minecraft como herramienta de aprendizaje en la Educación Secundaria Obligatoria. Recuperado de http://diversidad.murciaeduca.es/publicaciones/claves/doc/fjmartinez2.pdf

Openclipart (2017). STEM + Art = STEAM. Recuperado de https://openclipart.org/detail/204493/stem-+-art-=-steam

Rimari, W. (s.f). *LA INNOVACIÓN EDUCATIVA, Un instrumento de desarrollo*. Recuperado de http://www.uaa.mx/direcciones/dgdp/defaa/descargas/innovacion_educativa_octubre.pdf

Rodríguez, J. (2011). *Mapa de las competencias digitales*. IV Jornada Profesional De La Red De Bibliotecas Del Instituto Cervantes: Bibliotecas Para El Lector Digital: Relación, Espacio Y Tecnología. Madrid, España.

Ruiz, F. (2017). *Diseño de proyectos STEAM a partir del currículum actual de Educación Primaria utilizando Aprendizaje basado en Problemas, Aprendizaje Cooperativo, Flipped Classroom y Robótica Educativa* (tesis de doctorado). Universidad CEU Cardenal Herrera, Valencia, España. Recuperada de http://hdl.handle.net/10637/8739

STEAM Education. (2017). *Downloads & Resources*. Recuperado de https://steamedu.com/downloads-and-resources/

Wagner, T. (2014) *Creando Innovador*es, 1era edición. Madrid: Editorial Kolima.

La impresión 3D en la didáctica y enseñanza de las matemáticas

Ing. Edgar Cárdenas Escamilla
Instituto Tecnológico de Morelia, México
cardenas@itmorelia.edu.mx
Ing. Cynthia Elizabeth Alva Rangel
Centro Bachillerato Tecnológico Agropecuario Número 7, México
cynthia.alva.cbta7@gmail.com

Resumen: Las matemáticas constantemente se relacionan en las escuelas como unas materias difíciles, que por ser abstractas no generan el interés del alumnado y causan aburrimiento. Una forma lúdica de enseñanza despierta el gran potencial que tienen realmente las matemáticas en la ingeniería, la ciencia y en lo cotidiano, permitiendo que teoremas, modelos, principios, leyes, ecuaciones y sus fundamentos generen un aprendizaje integral más significativo y perdurable. La impresión aditiva o 3D nos permite que muchas ideas se transformen en material didáctico de gran valía para dicho fin, acercando lo abstracto a las manos de los educandos

Palabras claves: Impresión 3D, matemáticas, material didáctico, educación.

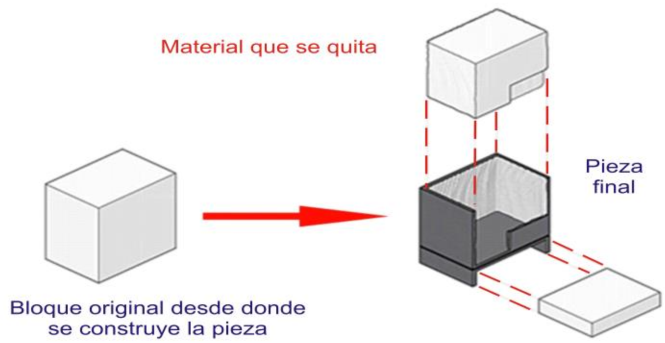
Introducción a la manufactura aditiva.

La elaboración de material didáctico que se utiliza para generar mayor impacto en la divulgación, difusión y enseñanza del conocimiento de la ciencia se ha visto enormemente beneficiada mediante la manufactura individual y personalizada de la impresión en 3D, también conocida como manufactura aditiva, al generar piezas tridimensionales con requerimientos específicos.

Al utilizar modelos y objetos en 3D se puede transmitir una idea o concepto de una forma que ha podido superar a la simulación virtual o incluso el entorno generado por la realidad aumentada permitiendo tener un objeto físico que responde a las leyes y principios que se pretenden enseñar, con la ventaja de poderlo tocar y mover.

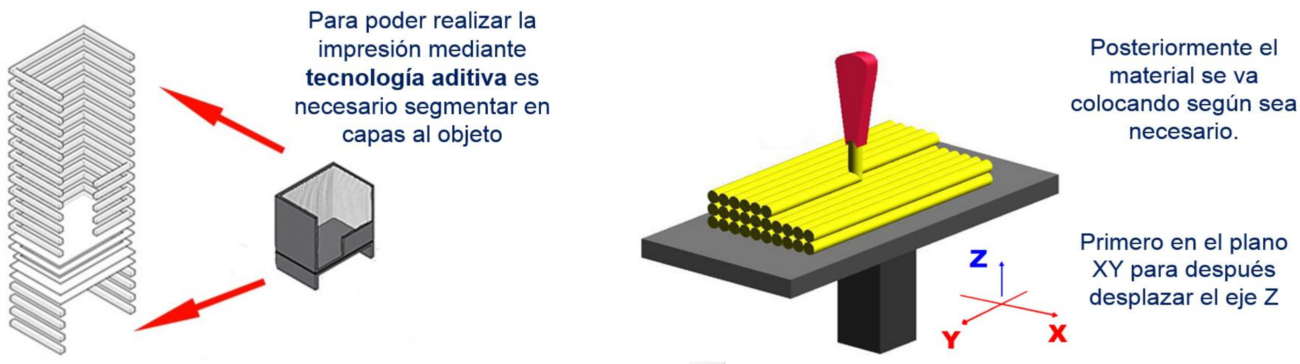
La impresión en 3D ha venido a cambiar la forma en el cómo se manufacturan y fabrican un sin número de objetos en todo el mundo, incluso, se realizan piezas que anteriormente eran imposibles de fabricar por sus geometrías complejas, es lamentable, sin embargo, que en México e incluso a nivel Latinoamérica se ha presentado un muy lento camino respecto a sus aplicaciones didácticas.

Las tecnologías de fabricación tradicional se basan en las técnicas de manufactura sustractivas, se comienza con una pieza que será siempre más grande que la pieza final y mediante varias herramientas se va retirando material donde no se requiere, generando recortes, virutas, limaduras, sobrantes, etc. lo que representa desperdicio de material.



En estas tecnologías sustractivas no existe una herramienta universal para realizar el retiro de material, para realizar perforaciones redondas se requiere del taladrado o perforado, si el orificio debe ser cuadrado o de geometría más compleja se utiliza el suajado o troquelado, si se requiere maquinar de forma cilíndrica se utiliza el torno, algunas piezas se pueden manufacturar con formas más elaboradas mediante un router CNC, desbastando mediante distintas puntas o brocas el material para lograr la pieza solicitada.

En la tecnología aditiva, contrario a lo que sucede en la tecnología sustractiva, se utiliza el adicionar el material bajo el requisito que va dictaminando un archivo digital de CAD (Diseño Asistido por Computadora): una pieza u objeto 3D diseñado mediante software especializado se analiza para seccionarse en múltiples capas que se irán fabricando una a una.



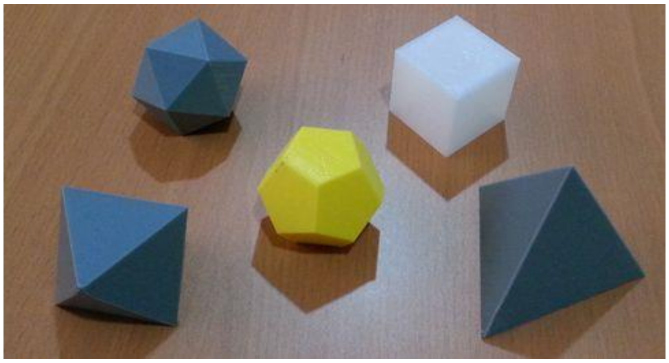
Cada diseño de capa independiente se irá imprimiendo en los ejes X y Y hasta formar un plano, posteriormente el eje Z es movido para colocar una siguiente capa y así continuará hasta terminar la totalidad de la pieza diseñada.

Una gran ventaja de la tecnología aditiva es que con una sola máquina se pueden hacer engranes, perforaciones cuadradas, redondas u ovaladas, cilindros, cubos y muchas más formas diversas, que se pueden emplear como modelos matemáticos complejos.

Modelos impresos en 3d y ejemplos de sus usos en las matemáticas.

Para que el alumno pueda tener una mejor comprensión del volumen real de un objeto, se ayuda de la impresión 3D de los Sólidos Platónicos, en cada uno de los cinco sólidos se le pide calcular la longitud de la arista que correspondería a un volumen de 100 Cm^3 y una vez que los tiene en sus manos resulta interesante el que observen como, a pesar de tener el mismo volumen, los cinco modelos se pueden percibir unos más grandes que los otros.

		Caras	Aristas	Vértices	Formula del volumen	Longitud arista
Tetraedro		4	6	4	$\frac{a^3}{12}\sqrt{2}$	9.47
Hexaedro (Cubo)		6	12	8	a^3	4.64
Octaedro		8	12	6	$\frac{a^3}{3}\sqrt{2}$	5.96
Dodecaedro		12	30	20	$\frac{5a^3}{2}\sqrt{\frac{47+21\sqrt{5}}{10}}$	2.35
Icosaedro		20	30	12	$\frac{5a^3}{6}\sqrt{\frac{7+3\sqrt{5}}{2}}$	3.58



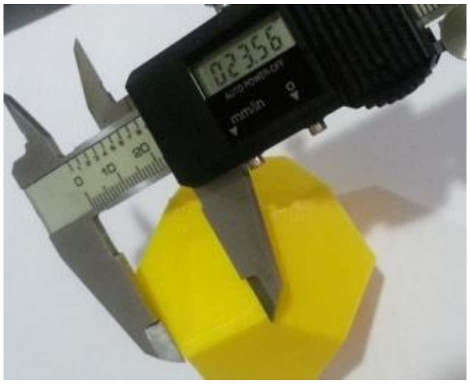
Por sus características, la forma del Tetraedro aparenta contener un volumen mucho mayor que los demás, razón por la cual en algunos productos comerciales se usa dicha forma para que el comprador sienta que es mayor el contenido.

Estos Poliedros regulares permiten demostrar la validez del Teorema de Euler de los Poliedros y las fórmulas que postuló en 1750, dos de ellas, por ejemplo mencionan que:

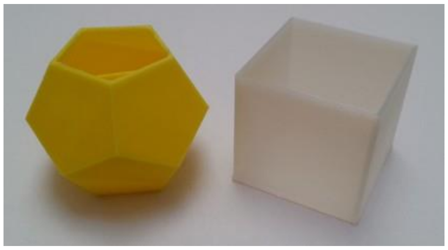
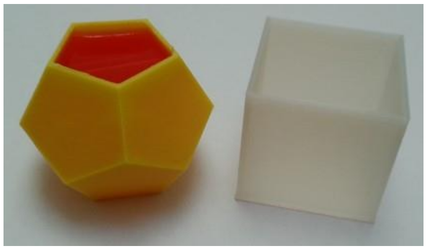
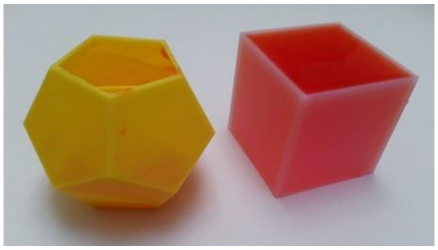
El número de caras más el número de vértices menos el número de aristas es igual siempre a dos.

El número de lados del polígono regular por el número de caras es igual a dos veces el número de aristas.

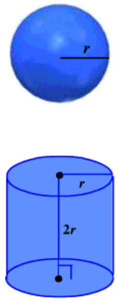
Aprovechando el Principio de Arquímedes, donde “Un cuerpo total o parcialmente sumergido en un fluido en reposo, experimenta un empuje vertical y hacia arriba igual al peso de la masa del volumen del fluido que desaloja”, se utilizan estos modelos para demostrar que el volumen de un objeto cualquiera puede ser determinado al medir el volumen del líquido desalojado, en estos casos en agua 100 Cm^3 desalojan 100 ml.

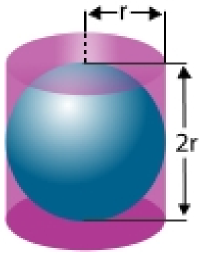



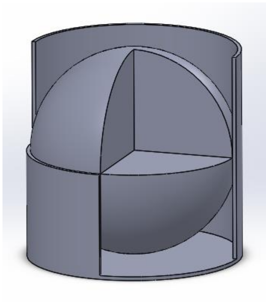

La gran ventaja de usar modelos que se imprimen mediante tecnología 3D, es que estos “sólidos” se pueden imprimir tambien de forma “hueca”, semejantes a recipientes que permiten demostrar fácilmente que la capacidad contenida en cada uno de ellos es la misma.

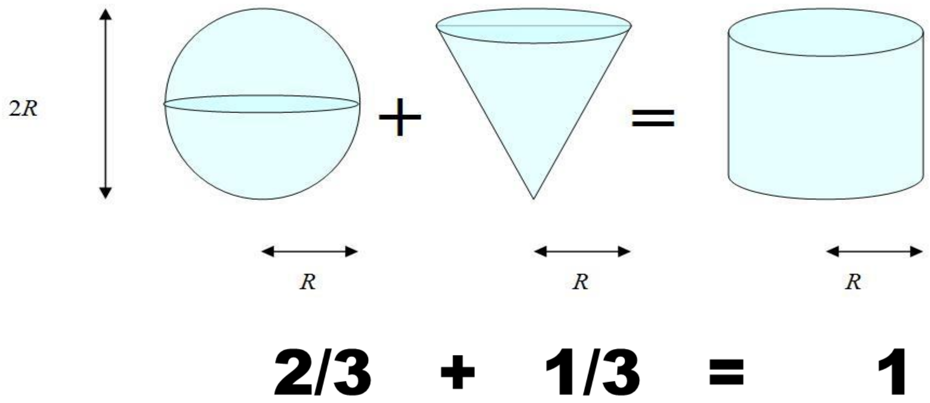




Mediante este mismo principio, se puede demostrar el postulado de Arquímedes para determinar que el volumen que ocupa una esfera inscrita dentro de un cilindro corresponde a dos terceras partes del volumen total del cilindro, mientras que el tercio restante es igual al volumen de un cono de semejantes dimensiones.

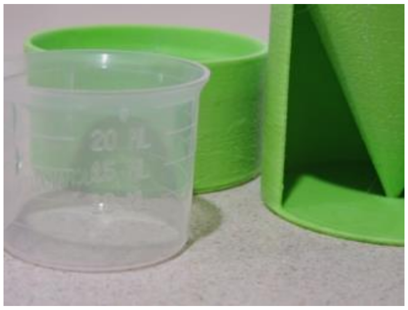


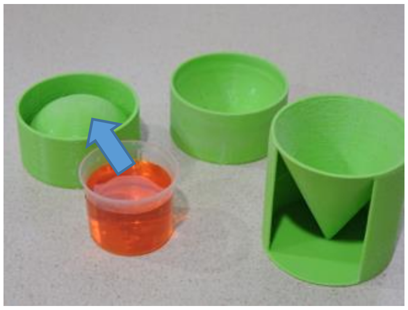


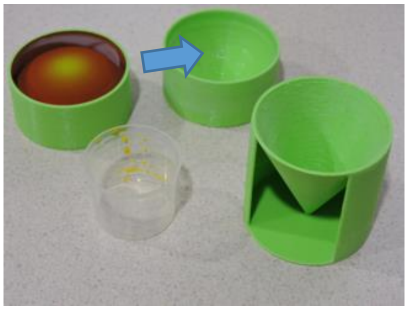




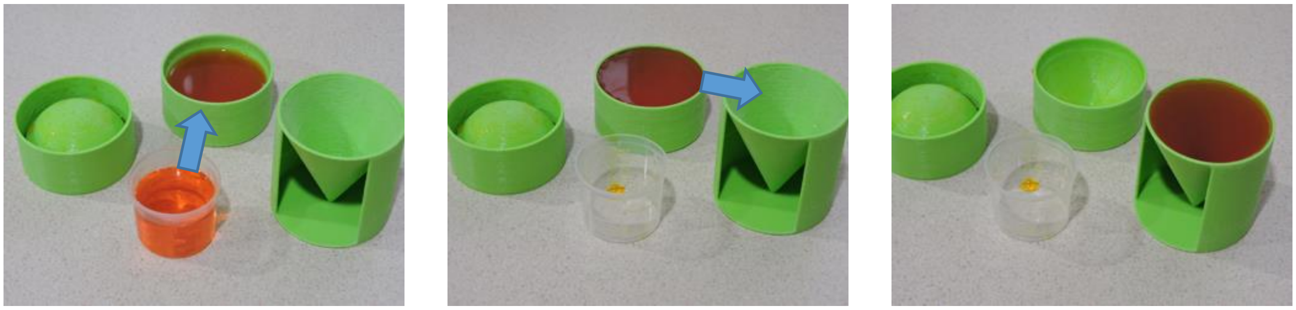
Se realiza la demostración mediante recipientes impresos en 3D para tal fin, comenzando con una cantidad de líquido de 20 ml. la cual se vierte en el recipiente superior donde se tiene el “volumen” que deja libre una media esfera dentro del correspondiente cilindro.







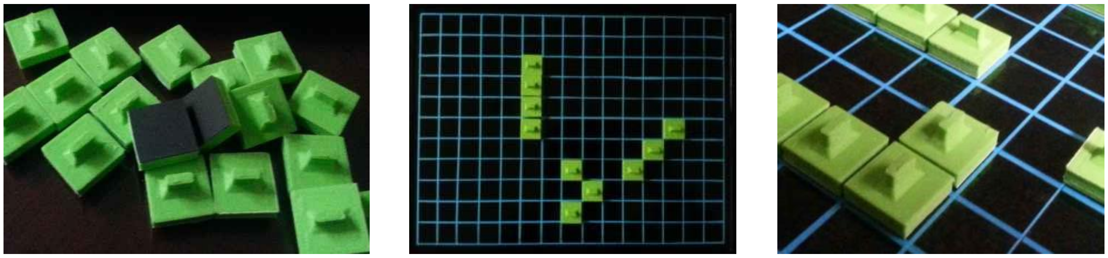
Esta cantidad de líquido es vertida ahora al recipiente inferior, observando que no abarca la totalidad del volumen de la media esfera, sino que para poder llenar completamente la media esfera se requiere de otros 20 ml.



La cantidad que está contenida en la "media esfera" es ahora vertida al recipiente que tiene un cono, llenando la totalidad de éste, demostrando que el volumen de la mitad esfera es el mismo que el del cono, que a su vez corresponde exactamente a la tercera parte del cilindro que los contiene.

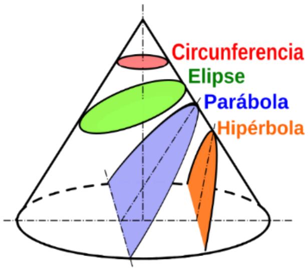
Aplicaciones en el ámbito didáctico.

Actualmente existe la posibilidad de mezclar distintos materiales generando productos terminados con texturas, colores y acabados muy diversos, desde partes flexibles a partes rígidas, con partes transparentes o traslucidas, incluyendo elementos móviles y deslizables, todo en el mismo equipo y en una sola pieza impresa, generando modelos didácticos que aún no son comerciales o que no existen debido a que los conceptos y teorías son novedosas, por ejemplo, se fabricaron piezas para un tablero basado en las teorías del Universo Determinista que plantea Stephen Hawking en su libro "El Gran Diseño" (Hawking, 2010).



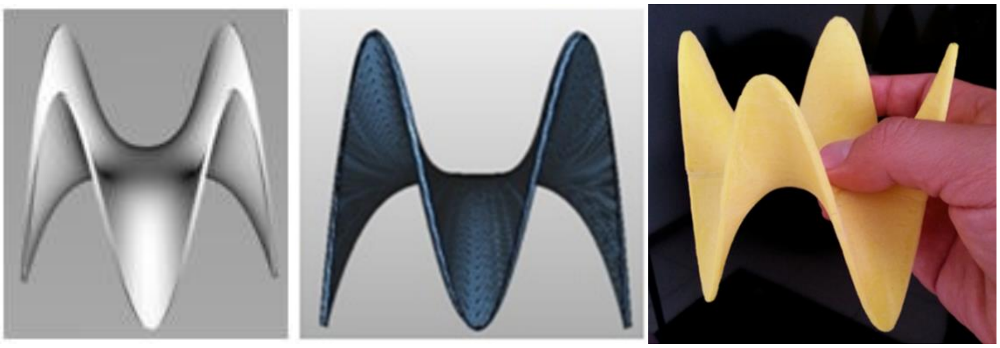
Tablero lúdico del "Juego de la vida" con piezas impresas en 3D

También se pueden manufacturar piezas que se ensamblan para formar artefactos o herramientas, como en el caso del Elipsógrafo o Compás de Arquímedes que permite generar elipses de una sencilla manera, así como demostrar que un cilindro que es cortado genera elipses en sus caras resultantes o que un cono genera las Superficies Cónicas de acuerdo a las características específicas del corte en el Cono de Apolonio.

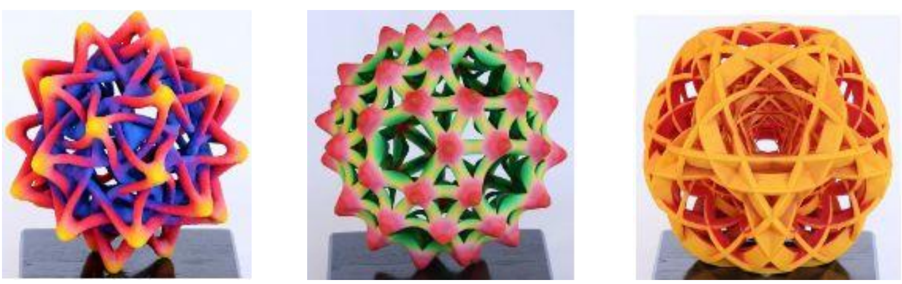


Fuente: Tomado de https://es.wikipedia.org/wiki/Sección_cónica

Resulta una extraordinaria experiencia didáctica cuando las ecuaciones y superficies hiperbólicas, sólidos en revolución y demás objetos matemáticos pueden ser impresas en sus tres dimensiones y se le entregan en las manos a los estudiantes como objetos palpables que puede visualizar en todas sus dimensiones.



No por nada existen actualmente museos de gran prestigio dedicados a mostrar las obras de arte que se pueden imprimir en 3D de modelos y fractales generados gracias a las matemáticas y sus bellas armonías, recordando que la impresión en tercera dimensión ya no es una moda, sino un recurso tecnológico de gran utilidad y aplicación hoy en día en múltiples campos del saber.



Fuente: Museo de las matemáticas de Nueva York.

Referencias bibliográficas

3DprintshowNewYork. (Abril de 2015). *New York, 3Dprintshow 2015*. Obtenido de sitio web de 3dprintshow.com: http://3dprintshow.com/new-york-2015/

Hawking, S. (2010). *Libro El Gran Diseño*. Obtenido de Sitio Web de Hawking.org: http://www.hawking.org.uk/the-grand-design.html

Imprimalia3D. (Agosto de 2015). *Portal español lider de la impresión 3D en español*. Obtenido de sitio web de imprimalia3d.com: http://www.imprimalia3d.com/tags/moda

Museo de las matemáticas en New York. (2012). *impresiones 3D de funciones matemáticas en el museo de Nueva York*. Obtenido de sitio web del museo de las matemáticas en Nueva York: http://www.accendi.es/museo-de-las-matematicas-en-nueva-york/

Wolfram Demonstrations Project. (2015). *Demos de interaccion 3D por computadora*. Obtenido de sitio web de Wolfram Demonstrations Project: http://demonstrations.wolfram.com/

Matemática contemporánea para construir: UNA propuesta estudiantil de guiones para Matex1minuto

Bach. Aarón Cordero Guerrero
Universidad Nacional de Costa Rica
aacorderogue@gmail.com

Prof. Melissa Pérez Montero
Universidad Nacional de Costa Rica
melitica94@gmail.com

Prof. Tatiana Tosso Sánchez
Universidad Nacional de Costa Rica
ttosso14@gmail.com

Bach. Ana María Trejos Aguilar
Universidad Nacional de Costa Rica
anatrejos.18@gmail.com

Resumen: Este documento describe los resultados de un trabajo colectivo generado en el marco del curso MAB503 Historia de Matemática que se desarrolló en la Universidad Nacional durante el primer ciclo del año 2018 y expone las propuestas para guiones de radio que fueron creados por los autores, a partir de una reflexión sobre las contribuciones de las matemáticas de los siglos XIX, XX y XXI en diversos ámbitos. Dicha propuesta permite visualizar cómo se integran los conocimientos matemáticos antiguos y contemporáneos en la protección de la biodiversidad, la versatilidad de las imágenes digitales, la seguridad de la información, los pronósticos meteorológicos y la espiritualidad. El objetivo de esta propuesta es incidir en la motivación para que se generen nuevos guiones que aporten a la propuesta creativa de Matex1minuto y además fomenten actitudes y creencias positivas hacia la matemática.

Palabras clave: divulgación matemática, utilidad matemática, actitudes matemáticas, Matex1minuto.

Motivación y contexto del trabajo colectivo para generar los guiones

Muchas personas, independientemente de la edad y el sexo, tienen un pensamiento negativo sobre la matemática, y cuestionan, entre muchos otros aspectos, su utilidad evitando utilizarla en la vida cotidiana, y esta es la razón inicial por la cual nos hemos dado a la tarea de proponer un trabajo colectivo que incida en transformar estas actitudes y creencias negativas, implicando la contextualización y mostrando que realmente la matemática tiene un sin número de aplicaciones, las cuales son para beneficio y en pro de la sociedad, puesto que, como lo afirma Gamboa (2016), se puede dar significado y coherencia a las matemáticas en el modelo de mundo de cada persona.

La propuesta que se presenta en este documento es un trabajo colectivo y colaborativo de profesores en formación de la Escuela de Matemática de la Universidad Nacional, cuya génesis se enmarca en el curso MAB503 Historia de Matemática, en el cual se realizaron pequeñas investigaciones y reflexiones sobre las múltiples contribuciones de las matemáticas que se desarrollaron durante los siglos XIX, XX y XXI. A partir de dicho proceso, surgió la idea de difundir estas reflexiones con un colectivo más amplio y es así como se llega a la idea de generar guiones para Matex1minuto.

Los autores conocemos y admiramos la iniciativa del Centro Nacional de Ciencia y Tecnología (CIENTEC), y algunas universidades públicas costarricenses, entre ellas la UNA, las cuales por medio de su proyecto Matex1minuto divulga la matemática por medio de diversos productos en radio y podcast y que han sido compilados en el libro *Matemáticas de lo cotidiano: Historias, conexiones y curiosidades,* en los que se muestra "la matemática inmersa en el quehacer humano y producto de su historia" (Castro, León, Martínez, Murillo y Soto, 2016), este libro es el fruto de un esfuerzo colectivo de profesores de matemática de la Universidad Nacional, la Universidad Estatal a Distancia y el Instituto Tecnológico de Costa Rica; así como de otros colaboradores que han participado en el proceso de edición e ilustración de los guiones.

El trabajo de Matex1minuto, ha despertado admiración en los autores, puesto que constituye un gran aporte a la divulgación de la matemática, pero también porque está en consonancia con el Programa de Estudios de Matemática del Ministerio de Educación Pública (MEP, 2012) y más concretamente de sus cinco ejes disciplinares: la Resolución de problemas; la Contextualización activa; el Uso de tecnologías; la promoción de Actitudes y creencias positivas en torno a las Matemáticas; y, el Uso de la Historia de las Matemáticas.

El discurso asociado a los ejes disciplinares es favorecer que los estudiantes sean "personas competentes, racionales, responsables y críticas para la construcción de una sociedad culta, justa y democrática" (MEP, 2012, p. 36) y que se desarrollen las habilidades matemáticas de forma cercana a su vida cotidiana.

En efecto, la actividad que hemos desarrollado los autores responde de una u otra forma a estos ejes, ya que a partir de las actividades cotidianas se pretende plantear problemas que históricamente se han solucionado a través de herramientas matemáticas al servicio de otras ciencias, donde de una manera creativa e innovadora se evidencie la importancia o la utilidad de la matemática en la actualidad para fomentar actitudes y creencias positivas hacia esta ciencia no sólo en los estudiantes, sino en cualquier persona que acceda a ellos, con conocimientos básicos sobre matemática o no.

El curso de Historia de la Matemática se compone de diversas asignaciones que pretenden desarrollar habilidades comunicativas en los estudiantes en tanto se estudia el contenido central que da el nombre al curso a través de ensayos, trabajos escritos, entradas en un blog y exposiciones. Para el abordaje de las *Matemáticas del siglo XIX a principios del siglo XXI,* la profesora formadora María Elena Gavarrete, motivó la realización de este trabajo colectivo, de modo que cada estudiante del curso investigara sobre los diversos usos de la matemática en estos últimos siglos, según sus intereses o su curiosidad, y que luego redactase un guion de radio y /o podcast bajo el formato establecido por el proyecto Matex1minuto, el cual es realizado por el CIENTEC.

En la dinámica de dicho curso se reconoce que los conocimientos matemáticos concebidos durante los siglos XIX, XX y principios del siglo XXI son de importancia relevante, pues han suscitado un crecimiento exponencial en el conocimiento y en sus aplicaciones; particularmente, con la lista de los problemas matemáticos por resolver publicada por David Hilbert en 1900, la cual fomentó el estudio, progreso y avance de las matemáticas.

Existe también un espíritu reivindicativo en esta propuesta de trabajo, puesto que en el desarrollo del curso de Historia de la Matemática, se reconoce que muchos matemáticos realizaron aportes teóricos que fueron utilizados (muchas veces sin su consentimiento) a favor de la guerra, por lo cual surge en 1955 el manifiesto Russell-Einstein que en conjunto con la conferencia Pugwash llama la atención de los científicos a favor de la paz del mundo y oposición al uso de las armas nucleares, haciendo conciencia sobre la responsabilidad social y moral científica en relación a asuntos bélicos (Pardo et. al, 2005). De modo que, una de las intenciones de este documento es resaltar que las matemáticas contemporáneas poseen un valor constructivo, en una sociedad cambiante, donde su presencia está principalmente en la ciencia y tecnología que nos rodea, a pesar que no sea fácilmente visible.

Los guiones construidos en el curso, fueron realizados a partir de la investigación de los estudiantes y revisados bajo la indicación de divulgar de manera concisa y clara la utilidad de la matemática en la vida cotidiana, con un lenguaje asequible para personas que poseen conocimientos básicos sobre la materia.

Cada estudiante presentó su(s) guion(es) ante todos sus compañeros y recibió críticas constructivas por parte de sus pares y de la profesora del curso, con el fin de que se presente una versión final para la calificación de la tarea y su envío como contribución a Matex1minuto.

Resultados obtenidos con la creación de los guiones

A continuación, se presentan los guiones finales, que se pretenden someter a la revisión del comité del proyecto Matex1minuto, basado en diversas fuentes bibliográficas.

GUIÓN 1

Protección a la biodiversidad: Dinámica de la población

En temas de biodiversidad, Costa Rica es uno de los 25 países más biodiversos del mundo, posee el 5% de la biodiversidad mundial, además, nuestro país establece leyes que promueven las garantías ambientales.

Las matemáticas se unen a la contribución pro-ambiente, ya que existe un modelo biomatemático que modeliza la interacción entre dos o más especies que viven en un mismo ecosistema.

A partir de procesos computacionales, el modelo describe cómo el crecimiento de una población influye en la cantidad de especies de la otra, en un determinado tiempo.

Gracias a este modelo biomatemático, es posible predecir diversas situaciones que se pueden generar durante la interacción entre especies, por ejemplo:

- Garantizar supervivencia: Es posible determinar, sin alterar el ecosistema, la supervivencia de dos especies o su balance, ya que el modelo realiza proyecciones de dicha interacción.
- Peligros de extinción: En el caso donde una de las especies dependa de la otra, por ejemplo, depredador-presa, y que la cantidad de una población “presa” disminuya anormalmente, el modelo matemático expresa el desequilibrio entre poblaciones, de tal forma que la población “depredadora”, se reducirá a cero inevitablemente.
- Sobrepoblación: Es similar al anterior, solamente que en este, una de las poblaciones crece muy rápidamente, dependiendo del tipo de interacción, esto puede representar serios problemas,

ejemplo: plagas, sobrepoblación de especies "depredadoras" que amenazan con la reducción de especies "presa", entre otros.

GUIÓN 2

Seguridad de la información: Los números primos

Apuesto que tienes computadora, celular o consola de juegos, usas el portal web del banco, correo electrónico o un carro cuya llave de encendido tiene chip. Entonces, utilizas a diario los números primos y que todo número entero mayor que uno o es un número primo, o es el resultado de multiplicar números primos. Recuerda: un número primo es aquel que solo se divide de manera exacta por uno y por él mismo, por ejemplo, 2, 5 y 31.

Tu información se guarda y envía de modo seguro pues se codifica y luego la pueden leer aquellos que conocen cómo descifrarlo. Actualmente, la forma de cifrar más utilizada se llama RSA y utiliza estos famosos números. Consiste en un sistema de dos claves, una pública, que cualquier persona puede saber y es un número realmente grande (no cabe en un cuaderno completo); y otra privada, que conoce quien recibe el mensaje y son los números en que descompones ese número inmenso, o sea, números primos.

¿Por qué esto es seguro? ¿Recuerdas lo complicado que es descomponer un número de tres o más dígitos? Entonces, piensa en su dificultad cuando el número no cabe en un reglón, las supercomputadoras no pueden hacerlo rápidamente, hay infinitos números primos y no se conocen patrones para determinarlos.

Ahora sabes por qué son números importantes: brindan seguridad y confidencialidad en la mayoría de actividades cotidianas.

GUIÓN 3

Meteorología: Las matemáticas y el tiempo atmosférico

Cuando tenemos días libres y los aprovechamos para pasear, lo que más nos preocupa es que no se arruine el día por causa del tiempo, pero para otras personas el trabajo depende totalmente de las condiciones climáticas. Por ejemplo, quienes trabajan en agricultura o laboran en construcciones.

Para predecir el tiempo atmosférico se emplean modelos matemáticos. Estos modelos contienen variables que influyen en él, como la lluvia, los vientos y la temperatura tanto terrestre como marítima. Te preguntarás por qué dicen que la matemática es exacta cuando las predicciones que presentan en las noticias fallan. La respuesta es que estos modelos solo funcionan para anticipar unos pocos días, ya que el comportamiento de las variables atmosféricas no se puede controlar y además son estudios de probabilidad, que es el área de matemática que se encarga de determinar de forma numérica la posibilidad que un evento ocurra o no.

Entonces, los modelos para predecir el tiempo se basan en una gran cantidad de datos sobre las observaciones de las variables atmosféricas por medio de la cual se realizan las aproximaciones y se simulan los escenarios posibles. La precisión de estos cálculos depende de la construcción adecuada del modelo y de la estabilidad de las variables, pero como sabes, cuando se trata de la naturaleza pueden ocurrir cambios inesperados.

Ahora podríamos planear mejor las vacaciones: preparémonos para cualquier escenario del tiempo.

GUIÓN 4

Espiritualidad: Números bíblicos

Primera Parte

¿Sabías que la Biblia es el libro más leído del mundo? ¿Sabías, también que en la Biblia aparecen muchos números que son especiales?

Los números no solo sirven para calcular, son capaces de expresar más que una simple cantidad. Este es un libro que tiene muchos autores, sin embargo, todos hacen referencia al significado que tienen diversos números en toda la obra. Iniciaremos este viaje con los números básicos que podemos encontrar en este libro.

El número 3: Este número es considerado divino, hace alusión a la Santísima Trinidad, de donde se deriva la ecuación, por la creencia de que tres pasos conforman un todo. En la Biblia vemos este número en:

- Jesús se presenta como Profeta, Sacerdote y Rey.
- El hombre tiene tres partes, cuerpo, alma y espíritu.
- Jesús fue crucificado a las tres y resucitó al tercer día.

El número 4: La creencia dice que al principio Dios creó a partir de la nada los cuatro elementos básicos, de ahí surgiría la creación, por esto se dice que el cuatro es el número terrenal. Lo encontramos en:

- Los cuatro Evangelios.
- Ezequiel tuvo una visión de los querubines. Eran cuatro en número. Cada uno tenía cuatro caras y cuatro alas.

Esta es la primera parada de un viaje de tres estaciones, donde veremos como la suma y los múltiplos de estos números tienen grandes significados este libro.

GUIÓN 5

Espiritualidad: Números bíblicos

Segunda Parte

En este capítulo de los números en la Biblia veremos cuáles de estas cifras se pueden descomponer mediante la suma, estudiaremos si esta operación tiene relación con el significado que tengan estos números en la Biblia.

El número 7: Se obtiene con la operación 3+4. Es el número de la perfección, ya que es la suma entre lo divino y lo terrenal, es un vínculo entre Dios y la Tierra. En la Biblia vemos este número en:

- Jesús dijo “Deben perdonar setenta veces siete”. Es la perfección sobre la perfección.
- En el séptimo día, Dios descansó del trabajo de la Creación.
- Después de la Pascua, el pueblo de Israel debería comer panes sin levadura durante siete días.

El número 10: Se obtiene con la operación 7+3. Este número es de orden divino, se puede ver representado en la Biblia en los diez mandamientos, los primeros tres se refieren a la relación entre

Dios y el hombre, los otros siete describen la relación entre los hombres y el resto de la humanidad. Este número se ve reflejado en:

- La parábola de las diez vírgenes.
- Diez plagas cayeron sobre Egipto.
- Diez Salmos comienzan con la palabra "Aleluya". Hablando de manera figurada, los mismos podrían ser cantados por los diez leprosos a quienes Jesucristo sanó.

¿Curioso verdad? Como conocíamos estos números pero no sabíamos que la matemática que ocultaban tenían un significado.

GUIÓN 6

Espiritualidad: Números bíblicos

Tercera Parte

En esta última parada de los números en la Biblia veremos cuáles de estos se pueden obtener mediante la multiplicación, observaremos los múltiplos de los números anteriormente estudiados y como en la estación anterior, veremos la matemática que se oculta en ellos.

El número 12: Se obtiene multiplicando 3 por 4. Al igual que el 7 es un número divino ya que es la multiplicación de lo divino y lo terrestre. En la Biblia se encuentra en:

- Los doce apóstoles y en Jesús como la frontera entre lo divino y lo terreno.
- En las doce tribus de Israel
- Jesús tenía doce años cuando se presentó en el templo.

El número 40: Se obtiene multiplicando 10 por 4. El número 10 es de orden divino, al multiplicarlo por 4 se obtiene este número que se convierte en el número de la huida, aislamiento, esperanza, el ayuno y la preparación. Se encuentra en:

- El diluvio duró 40 días.
- Jesús ayunó en el desierto por 40 días.
- Israel estuvo en el desierto por 40 años.

El número 144: Se obtiene al multiplicar 12 por 12, se le considera la gran docena. Este número representa "multitud" por lo cual en el Apocalipsis se dice que serán 144000 los que se salvaran.

¿Conocías estos datos? Pues te invitamos a iniciar tu propio viaje, buscando el significado matemático de tus números favoritos, o de tu fecha de nacimiento

GUIÓN 7

Medicina: Procesamiento digital de imágenes en la medicina.

Cuando sentimos un dolor o creemos que algo anda mal con nuestro cuerpo, lo primero es consultar al médico y puede que tengamos que someternos a exámenes que, se obtienen imágenes del interior de nuestro cuerpo mediante máquinas y así descartar o diagnosticar alguna enfermedad o padecimiento.

Sin embargo, la precisión, facilidad y rapidez con la que actualmente se lleva a cabo este procedimiento no es la misma que unas décadas atrás y no hubiese sido posible sin los aportes del matemático francés

Joseph Fourier quien descubrió una fórmula que permite mejorar, restaurar, comprimir y reconocer patrones en imágenes, dando lugar al procesamiento digital de imágenes.

El procesamiento digital de imágenes descubre y resalta información almacenada de una imagen a través de un conjunto de técnicas y procesos, donde la computadora es indispensable, pues segmenta la imagen en puntos asignándole a cada uno un valor relativo de alguna propiedad, por ejemplo, nitidez o matiz. Una vez obtenida la imagen se pueden describir las formas irregulares presentes en esta, así como determinar sus similitudes, y al final expresar en números las características específicas del objeto en estudio, por ejemplo algún órgano del cuerpo humano; esto se conoce como morfología matemática. Gracias a esta se pueden diagnosticar padecimientos y enfermedades del cuerpo humano como tumores y osteoporosis y tomar decisiones en cuanto a tratamientos.

Es así como la matemática junto con otras ciencias contribuye en la medicina y continúa investigando para la mejora de nuestra salud.

Conclusiones

Es un hecho que las matemáticas están presentes en muchas actividades cotidianas y han llegado a ser indispensables para el desarrollo de la sociedad, principalmente con relación a la ciencia y la tecnología. Sin embargo, el disgusto y rechazo hacia esta área cada vez es mayor alejando a las personas del contacto con ellas.

Es por esto que los autores decidimos realizar una contribución al proyecto Matex1minuto, aportando propuestas de guiones que contribuyan a cambiar este pensamiento, lo cual es un reto para nosotros como profesores en formación.

Debemos aclarar que el hecho de realizar una explicación de algún modelo o aplicación matemática, no es tarea fácil, ya que muchos de estos están conformados por conceptos matemáticos muy abstractos en la mayoría de ocasiones, aún para los mismos profesores de matemática, en este sentido, lo realmente laborioso e ingenioso, más aún que la misma aplicación, es utilizar las palabras adecuadas para poder evidenciar lo relevante de ella en la vida, de tal forma que una persona pueda comprenderlo sin la necesidad de tener un conocimiento matemático.

Otro de los desafíos enfrentados radica en la capacidad de síntesis, la cual juega un papel importante en la elaboración de estos guiones, pues acercar a las personas a las matemáticas en un minuto, utilizando solamente 230 palabras representa una tarea compleja; de modo que fue de gran utilidad conocer la opinión de personas distantes a las matemáticas, con respecto al mensaje que se deseaba transmitir, así como también la opinión de la profesora del curso, pues incidieron en la construcción de los “guiones finales”, los cuales sabemos que serán sometido a los gestores del libro Matemáticas en lo Cotidiano, quienes tienen categoría de expertos en esta área .

A modo de cierre, es un deseo de los autores recalcar que el propósito de este documento también es realizar una invitación para que la comunidad matemática se entusiasme a escribir y ser parte del proyecto Matex1minuto, pues es dentro de un esfuerzo colectivo que los docentes de matemática podemos acercar a las personas al maravilloso mundo de las matemáticas mediante la valoración de su importancia en la construcción de esta sociedad contemporánea.

Referencias bibliográficas

Banzhaf, H. (2007). Simbología y Significado de Los Números. Madrid: EDAF.

Cano A. (2011). Sistemas de Lotka-Volterra en dinámica de la población. Recuperado de http://e-spacio.uned.es/fez/eserv/bibliuned:masterMatavanz-Acano/Documento.pdf

Castro, A., León, A., Martínez, M., Murillo, M. y Soto, A. (2016) *Las matemáticas de lo cotidiano.* (1.Ed) Cartago, Costa Rica: Editorial Tecnológica de Costa Rica.

Córdova-Fraga, T., Álvarez-Gutiérrez, J., Gómez-Aguilar, J., Guzmán-Cabrera, R., Martínez-Espinosa, J., Contreras-Gaytán, C., . & Vallejo-Hernández, M. A. Procesamiento digital de imágenes con LabVIEW: Aplicaciones en sistemas biológicos y nanomateriales.

Coto, E. (2003). Métodos de segmentación de imágenes médicas. *Universidad Central de Venezuela: Lecturas en Ciencias de la Computación*, *1*, 9-15.

Dautray, R. y Díaz, J. (2006) Lo infinitamente pequeño, infinitamente grande y lo infinitamente complejo: el medio ambiente. *Revista de la Real Academia de Ciencias Exactas, Físicas y Naturales.* 100 (1), 13-24

Domínguez, A. (1996). Procesamiento digital de imágenes. *Perfiles Educativos*, (72).

Gamboa, R. (2016). ¿Es necesario profundizar en la relación entre docente de matemáticas y la formación de las actitudes y creencias hacia la disciplina? *Uniciencia*, 30(1), 57-84.

Instituto Metereológico Nacional (2018) *Modelos numéricos meteorológicos.* Recuperado de: https://www.imn.ac.cr/modelos-numericos-meteorologicos.

Lezaun, M. (2002). Predicciones del tiempo y matemáticas. *Boletín de la Sociedad Española de Matemática Aplicada*, *22*, 59-98.

Ministerio de Educación Pública. (2012) *Programas de Estudio de Matemática: I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de la Educación General Básica y Educación Diversificada.* San José, Costa Rica.

Núñez, M. (2008). Procesamiento de imágenes en Medicina Nuclear. *Montevideo: Escuela Universitaria de Tecnología Médica. Comité de Tecnólogos de ALASBIMN*.

Pardo, J, Buylla, E., Cetto, A., Peña, L., Martínez, M., Masera, O. y Montero, M. (2005). A cincuenta años del manifiesto Russell- Einstein. *Ciencias*. Recuperado de: https://www.researchgate.net/profile/Elena_Alvarez-Buylla/publication/26621373_A_cincuenta_anos_del_manifiesto_Russell-Einstein/links/00b4953ab189e3efc7000000/A-cincuenta-anos-del-manifiesto-Russell-Einstein.pdf

Prensa libre. (2016). La biodiversidad de Costa Rica. Recuperado de http://www.prensalibre.com/tecnologia/la-biodiversidad-de-costa-rica-al-alcance-de-un-clic

Quesada, G. (s.f.) Garantías Ambientales: Un nuevo modelo ecológico-político para Costa Rica y el mundo. Recuperado de https://www.uned.ac.cr/sindicato/notas/122-garantias-ambientales

Ramió, J. (Guionista) (23 de abril de 2014) ¿Qué es la criptografía? Píldoras formativas en seguridad de la información. [Audio en podcast.] Criptored, Proyecto Thoth. Recuperado el 13 de abril de 2018 de https://www.youtube.com/watch?v=PDpMgx7avzA

Velasco, J. (20 de mayo del 2014.) Breve historia de la criptografía. Periódico en línea eldiario.es. Recuperado el 13 de abril de 2018 de https://www.eldiario.es/turing/criptografia/Breve-historia-criptografia_0_261773822.html

MATEM UNA – Curso virtual para la enseñanza de la geometría

M.Sc. Ana Lucía Alfaro Arce
ana.alfaro.arce@una.cr

M.Sc. Marianela Alpízar Vargas
marianela.alpizar.vargas@una.cr

Lic. Eithel Trigueros Rodríguez
eitheltr@gmail.com
Universidad Nacional de Costa Rica

Resumen: Se presentan los resultados de la implementación de un curso virtual para la enseñanza de la geometría impartido desde la actividad académica Matemática para la Enseñanza Media (MATEM) utilizando el entorno de aprendizaje virtual (Aula Virtual) de la Universidad Nacional. El objetivo principal fue la creación de un espacio para discutir las distintas estrategias de la Didáctica de la Geometría, incorporando en cuanto sea posible el uso de herramientas tecnológicas. La población meta fueron los profesores tutores, quienes se encargan de preparar a sus estudiantes para la realización de las pruebas. El curso se llevó a cabo durante el segundo y tercer trimestre del 2017.

Palabras clave: Educación matemática, entorno virtual, diseño estructural.

Introducción

La actividad académica permanente, Matemática para la Educación Media (en adelante MATEM) es una iniciativa que comenzó como un proyecto, pero debido a la importancia que tiene ha sido permanente, y de ahí su modificación de proyecto a actividad académica en el 2016. MATEM cuenta con una trayectoria de más de 30 años de ejecución y el objetivo principal que se busca es mejorar la calidad de la enseñanza de la matemática, a nivel de la Educación Media. Esto “a través de la actualización y desarrollo profesional que se brinda a los profesores de la disciplina […], bajo la coordinación, programas y materiales elaborados por los académicos responsables del proyecto” (SIA, 2018). Los profesores de secundaria a su vez, preparan a los estudiantes de sus respectivas instituciones para resolver pruebas de matemática de precálculo y cálculo y así, conocer el nivel de exigencia de la educación matemática de la universidad, aprobar cursos introductorios de matemática, conocer las instalaciones de la institución, y en general, provocar un crecimiento en el desarrollo académico de los y las estudiantes.

Uno de los aspectos que tiene importancia para MATEM es el trabajo que se realiza con los profesores tutores, quienes preparan a los estudiantes para realizar las pruebas según la modalidad y/o curso en el que estén. El apoyo a esta población cobra relevancia cuando se recibe la retroalimentación sobre los por menores que implica la preparación de los estudiantes. Por ejemplo, los profesores deben buscar tiempo dentro del horario para reunirse con los estudiantes, y en ocasiones tiempo fuera de horario, deben abarcar todo el temario y motivar a sus estudiantes para que continúen a pesar del nivel de exigencia, entre otras circunstancias que puedan presentarse.

Por otra parte, uno de los objetivos de MATEM es el acompañamiento a los profesores tutores, que además de brindarles información necesaria y relevante para la preparación de sus estudiantes, se les presenta la opción de participar en un curso de capacitación en la modalidad de aprovechamiento, esto les permite ser parte de un espacio de reflexión y crecimiento profesional, así como en carrera profesional.

Dentro de las características que presenta MATEM, es que en el 2017 se trabajaba con estudiantes de las zona Huetar Norte y Caribe, Región Central y Región Pacífico Central, en las provincias de Alajuela, Heredia y Puntarenas, y por consecuencia con profesores de secundaria de estas regiones. Entre los cantones que se involucran están Atenas, Grecia, Esparza, Puntarenas, Poás, Heredia y Sarapiquí. Esta realidad implica un reto cuando se pretende poner a la disposición de los profesores tutores un curso de capacitación, pues las distancias son considerables y los tiempos de traslado pueden ser una limitación para la participación.

Es por esa razón que propone un curso en modalidad virtual, utilizando la plataforma MOODLE del aula virtual que posee la Universidad Nacional. De esta manera los profesores no deben invertir en movilizarse y además pueden organizar su horario para realizar las actividades de la capacitación en el momento y lugar que consideren conveniente.

Conceptos teóricos

Entornos virtuales (EVA)

Es de importancia definir el medio por el cual se trabajó el curso de capacitación, este es el entorno virtual de aprendizaje (EVA), que son los escenarios que propician la construcción del conocimiento en un espacio alojado en la web, conformado por un conjunto de herramientas informáticas o un sistema de software, y que presenta dos dimensiones, la tecnológica y la educativa, las cuales se interrelacionan y potencian entre sí (Salinas, 2011).

Salinas (2011) manifiesta que un entorno virtual de aprendizaje posee cuatro características básicas:

- Es un entorno electrónico, no material en sentido físico, creado y constituido por tecnologías digitales.
- Está hospedado en la red y se puede tener acceso remoto a sus contenidos a través de algún tipo de dispositivo con conexión a Internet.
- Las aplicaciones o programas informáticos que lo conforman sirven de soporte para las actividades formativas de docentes y alumnos.
- La relación didáctica no se produce en ellos “cara a cara” (como en la enseñanza presencial), sino mediada por tecnologías digitales.

A partir de estas características se puede decir que los EVA permiten el desarrollo de acciones educativas sin necesidad de que los participantes coincidan en el espacio o en el tiempo. Esto se conoce como espacios asincrónicos. De esta forma un EVA es el medio para la realización de la capacitación que se pretendía ofrecer.

Diseño instruccional

Para Córica y Dinerstein “los métodos pedagógicos, las estrategias de enseñanza, los diseños de calidad [son] los que ponen las bases para la efectividad de los procesos de aprendizaje” (2009, p. 3), es decir, el planeamiento de las actividades y procesos de enseñanza toman un papel fundamental en los espacios de enseñanza y aprendizaje de calidad. Más aún cuando se trata de uno en modalidad virtual. Al respecto Amaro de Chacín (2011) expresa que “en los espacios virtuales de enseñanza y aprendizaje, la mediación adquiere una particular importancia en virtud de que la relación entre el docente, el sujeto que conoce y el contenido disciplinar está mediada por las tecnologías” (p.131).

Debido a la importancia y complejidad de la planificación y mediación didáctica en ambientes virtuales, se escogió utilizar el diseño instruccional. Este concepto se ha utilizado desde la decada de los ochenta, pero continúa en vigencia debido a su aplicación a los EVA y se define principalmente como el proceso para planificar la enseñanza donde se aplica la teoría instruccional y los procesos empíricos a la práctica educativa (Martínez, 2009).

Dentro del diseño instruccional existen varios diseños para el desarrollo de las actividades. Uno de ellos es el ADDIE que es un acróstico de Analizar, Diseñar, Desarrollar, Implementar y Evaluar. Según Belloch (2013) cada etapa se define de la siguiente manera:

- Análisis. El paso inicial es analizar a los participantes, el contenido y el entorno cuyo resultado será la descripción de una situación y sus necesidades formativas.
- Diseño. Se desarrolla un programa del curso deteniéndose especialmente en el enfoque pedagógico y en el modo de secuenciar y organizar el contenido.
- Desarrollo. La creación real (producción) de los contenidos y materiales de aprendizaje basados en la fase de diseño.
- Implementación. Ejecución y puesta en práctica de la acción formativa con la participación de los integrantes del curso.
- Evaluación. Esta fase consiste en llevar a cabo la evaluación formativa de cada una de las etapas del proceso ADDIE y la evaluación sumativa a través de pruebas específicas para analizar los resultados de la acción formativa.

Es importante mencionar que este proceso es cíclico y que la evaluación está presente en todas las etapas, pues a partir de la constante retroalimentación y reflexión algunos de los aspectos se pueden modificar, ya sea por requerimientos especiales del grupo, por necesidad de profundizar en algún área en específico, entre otros factores que pueden considerarse.

Metodología de desarrollo del curso

Siguiendo las etapas descritas en el modelo ADDIE se procede a explicar el diseño del curso virtual.

1) **Análisis.** Este proceso lo realiza en conjunto el equipo de trabajo, y arroja varios detalles y resultados interesantes, pues la población a la que va dirigida la actividad tiene ciertas características como el escaso tiempo para participar, lo que implica que las actividades deben ser concisas, debe asiganarse un espacio de tiempo lo suficientemente largo para que la mayoría de la población pueda ingresar al entorno virtual, y las instrucciones sobre lo que se solicite deben ser muy específicas y hasta motivantes para que, cuando ingresen, se pueda captar la atención de los participantes.

   Por otra parte, debido a que la mayoría de participantes en el curso son profesores de secundaria, se podían integrar aspectos de trabajo colaborativo, de manera que en las actividades dentro del curso, hubieran evaluaciones entre los compañeros, pues era importante aprovechar la experiencia de todos y todas.

2) **Diseño.** La etapa de diseño partía del análisis realizado previamente. Aquí se organizó la duración del curso y se planeó subdividirlo en unidades. Cada una de estas tenían aproximadamente un mes de duración, y se estructuraban con alguna actividad de inicio que sirviera como introducción a la unidad. Luego algunas actividades de profundización y se finalizaba con las actividades de cierre que incluían la evaluación de la unidad entre los participantes y la autoevaluación.

3) **Desarrollo.** El desarrollo contó con varios aspectos a rescatar, en primera instancia la creación del programa del curso, que servía como documento de guía general para todos los participantes. Ahí se establecían la descripción, objetivos, formas y distribución de la evaluación y la duración aproximada del curso. Era aproximada pues se consideraba la flexibilidad respecto al desempeño de los participantes.

   Un segundo documento de interés fue el plan de aprendizaje, que consistía en una guía general para cada una de las unidades y se incluían los objetivos específicos, las actividades de inicio, las de profundización y las de cierre. Incluía las fechas para cada actividad así como los porcentajes que tenían cada una de las actividades.

   Para finalizar esta etapa se desarrollaron las consignas de las actividades, y la apariencia del EVA.

En la imagen 1 se muestra el aspecto del EVA utilizado, en el que se puede evidenciar que el primer documento que se pone a disposición de la población participante fue el programa del curso.

Figura 1. Diseño EVA

4) **Implementación.** Esta etapa inició con la incorporación de los participantes en el EVA, y la primera unidad en mayo del 2017, y finalizó en octubre de ese mismo año. Siempre se iniciaban y finalizaban las unidades enviando un mensaje mediante correo electrónico a los participantes, y dejando una vía de comunicación fuera del EVA por si habían algunos inconvenientes para el ingreso (principalmente en la primeras semanas del curso) o dudas respecto a las actividades propuestas.

5) **Evaluación**. Esta fase es medular en la construcción e implementación del curso, pues permitía monitorear la percepción de los participantes y si era necesario realizar alguna modificación en las etapas anteriores. Por esta razón todas las unidades contaban con espacios de evaluación formativa que les servían a los participantes para estar atentos de su avance y a los tutores para reflexionar sobre el impacto que estaba teniendo el curso. En todo momento se reconoce que hay aprendizaje para toda la población involucrada en el desempeño del curso.

Resultados

Descripción detallada de las unidades

Tal como se mencionó, el curso se dividió en unidades que tenían una estructura similar, para el abordaje de los temas de interés. Específicamente se planeó y creó un total de 5 unidades. A modo de ejemplo se presenta detalladamente la unidad número 2.

Cada unidad iniciaba con el título y los contenidos. En la imagen 2 se muestra la forma en que se presentaban estos a los participantes.

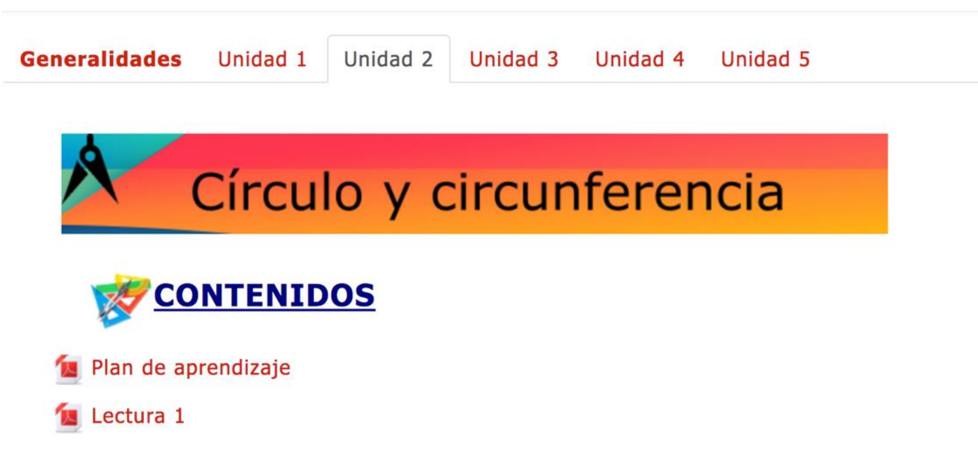


Figura 2. Título y contenidos unidad 2

Seguido de los contenidos se presentaban las actividades de la unidad. La primera actividad de la unidad 2 consistía en realizar una lectura sobre la enseñanza de la geometría y participar en un foro. En la imagen 3 se muestra la consigna para la realización de la actividad relacionada con la lectura y la discusión de la misma en el foro.

ACTIVIDADES

Análisis de la lectura 1

Estimados y estimadas compañeros.

En este espacio se realizará la discusión sobre la lectura 1: "Algunas reflexiones sobre la didáctica de la geometría". Para completar la actividad de manera adecuada debe leer dicho artículo y realizar al menos tres aportes en el foro.

Un aporte inicial antes del **25 de junio**, en el que exprese aquellos aspectos que más le gustaron de la lectura y como se puede potenciar lo que se menciona en la lectura mediante el uso de recursos tecnológicos para la enseñanza y aprendizaje de la geometría. De ser posible, plantee alguna interrogante que le deja la lectura.

Un segundo aporte que debe realizarlo antes del **02 de julio**. En este debe responder a lo expresado por algún compañero o compañera. Debe ser muy respetuoso, y contestar con argumentos sólidos en caso de que este de acuerdo con lo expresado o no.

El tercer aporte consiste en responder y hacer un cierre a comentario(s) que le hayan hecho a ud. Eso antes del **19 de julio.**

Estos aportes son lo mínimo que se debe hacer, pero se espera que se genere una adecuada discusión sobre los temas. De manera que de ahí se obtenga el mayor aprendizaje y provecho posible.

¡Éxito con la actividad!

Figura 3. Primer actividad, Unidad 2.

En esta unidad se realizaban otras actividades sobre cómo utilizar la tecnología en la geometría y se proponían problemas relacionados con círculo y circunferencia que pudieran abordarse en el aula. Para cerrar se asignaba la coevaluación y la autoevaluación del desempeño de cada una de los y las participantes. Las autoevaluaciones se realizaron mediante un formulario de google incrustado dentro del EVA, de esta manera para realizar la actividad solamente se debía dar click al ícono de la actividad y directamente se mostraba el formulario que se completaba. En la imagen 4 se muestra un extracto del formulario y la forma en que se visualizaba.

Auto evaluación

Escriba su nombre completo *

Tu respuesta

Aspectos generales sobre la autorregulación *

	0	1	2	3	4
Ingresé de manera oportuna al aula virtual	○	○	○	○	○
Revisé con detalle todo el contenido del Plan de aprendizaje	○	○	○	○	○

Figura 4. Formulario para la autoevaluación de la unidad 2.

Evaluación del curso

Una de las actividades que brindaban más retroalimentación para los encargados del curso fue el proceso de evaluación del curso que se hizo en la unidad 5 para finalizar el curso virtual. Este se enfocó en dos etapas, una en la que los participantes debían comentar sus experiencias en el curso, esto mediante un foro de discusión. Para analizar la información brindada se utilizó la herramienta Voyan que arroja las siguientes palabras clave, o palabras más utilizadas por los participantes, que se observan en la figura 5.

Figura 5. Palabras más utilizadas en la evaluación del curso

Cuando se analizan las respuestas dadas por los participantes y las palabras más utilizadas se encuentra que el curso fue de provecho, pues se percibe que este tipo de espacios es importante para la formación y crecimiento profesional. Sin embargo, no se puede dejar de lado que estas iniciativas siempre serán susceptibles a mejora.

La otra vía de evaluación del curso consistió en la aplicación de un formulario de Google. Dicho formulario se dividía en las siguientes áreas: sobre los contenidos, sobre el trabajo de los tutores y sobre la plataforma virtual y las actividades.

Sobre los contenidos se tiene que el 83% de los participantes están de acuerdo o totalmente de acuerdo en que los contenidos mantenían relación con los objetivos del curso, cumplían las expectativas personales y eran aplicables a sus trabajos actuales.

Sobre el trabajo de los tutores, el 95% de los participantes están totalmente de acuerdo con que los tutores se comunicaron de manera precisa y oportuna, tenían conocimiento adecuado de las unidades, los mantuvieron interesados en los temas y cooperaban de manera oportuna con el desarrollo de las actividades.

Finalmente sobre la plataforma virtual y las actividades el 92% de los participantes estaban completamente de acuerdo con que la plataforma era sencilla y fácil para utilizar y acceder, la presentación, precisión y nitidez de los materiales utilizados era adecuada, y las actividades realizadas eran importantes para el desarrollo profesional.

Recomendaciones

Una vez finalizada el diseño e implementación del curso virtual del curso virtual siguiendo como guía el diseño instruccional para EVA, se tienen las siguientes recomendaciones:

1) Ingresar las modificaciones que se consideren pertinente, como afinar los contenidos abordados y algunas actividades a las que se les puede obtener un mayor provecho, para si fuera posible, volver a implementar el curso con una población similar.
2) Realizar nuevos cursos de capacitación en áreas similares, tomando como punto de partida este curso y el curso aplicado en el 2016.
3) Organizar el trabajo de diseño del curso con al menos dos meses de anterioridad al inicio del curso pues es el proceso que lleva mayor demanda de tiempo.
4) Tener presente que la planeación en cursos virtuales es mayor a los cursos presenciales.
5) Aún es posible obtener mayores beneficios de los EVA, en este caso del MOODLE Aula Virtual de la UNA, en cuanto a los espacios de trabajo colaborativo (creación de wikis), o cuestionarios propios del entorno, y hasta incluso video conferencias que pueden servir como espacios sincrónicos.

Referencias bibliográficas

Amaro de Chacín, R. (2011). *La planificación didáctica y el diseño instruccional en ambientes virtuales. Investigación y Postgrado, 26* (2), 129-160.

Belloc, C. (2013). *Diseño Instruccional*. Unidad Tecnológica Educativa, Universidad de Valencia. Recuperado de: https://www.uv.es/~bellochc/pedagogia/EVA4.pdf

Martínez, A.C. (2009). El diseño instruccional en la educación a distancia. Un acercamiento a los Modelos. *Apertura, 9* (10), 104-119.

Salinas, M. (2011). *Entornos virtuales de aprendizaje en la escuela: tipo, modelo didáctico y rol del docente*. Pontificio Universidad Católica de Argentina. Recuperado de: http://www.uca.edu.ar/uca/common/grupo82/files/educacion-EVA-en-la-escuela_web-Depto.pdf

Sistema de Información Académica de la Universidad Nacional de Costa Rica (SIA). Formulación de la Actividad Académica: Matemática para la Enseñanza Media (MATEM 2017-2021). Código 0169-16.

Mis primeras construcciones Geométricas a partir del uso del portasegmentos

M.Sc. Allan Gen Palma
Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica
agen@uned.ac.cr

M.Sc. Eric Padilla Mora
Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica
epadilla@uned.ac.cr

Resumen: En este taller se pretende difundir el uso del portasegmentos o regla de bandas paralelas como recurso didáctico en la construcción de diversas figuras geométricas entre estudiantes y docentes de primaria y secundaria.

En el taller se presentan las siguientes construcciones: mediatriz de un segmento, triángulo isósceles, circuncentro, centro de una circunferencia dada, bisectriz de un ángulo dado, incentro de un triángulo y está dirigido a estudiantes, docentes de primaria y secundaria.

Palabras Claves: Portasegmentos, regla de bandas paralelas, mediatriz, bisectriz, circuncentro, incentro y construcciones geométricas.

Introducción

El portasegmento o regla de bandas paralelas es conocido desde la época de los griegos hace más de mil años, el cual se emplea para realizar algunas construcciones geométricas, pero este no era muy usado por lo complicado en esa época de construirlo, pero en la actualidad se presenta una gran facilidad para elaborarlo y hasta se pueden construir con diferentes materiales como: metal, cartulina y plástico entre otros.

El portasegmentos es recomendado para ser utilizado en lugar de la regla y el compás, por un aspecto de seguridad, por lo general se emplean recortes de las imprentas, ya que al emplear estas guillotinas de cortes rectos producen gran cantidad de desechos de forma rectangulares, que son ideales para utilizar como portasegmentos.

En lo que respecta al aspecto didáctico, es recomendable su uso en construcciones geométricas básicas, ya que se promueve el empleo del mismo de muchas formas, lo que estimula la innovación para realizar construcciones geométricas.

Objetivo General

Difundir el uso del portasegmentos como recurso didáctico en la construcción de diversas figuras geométricas.

Objetivos Específicos

1) Conocer el uso del portasegmentos en la construcción de la mediatriz de un segmento y la bisectriz de un ángulo dado.
2) Construir la mediatriz de un segmento de recta, triángulos isósceles, circuncentro e incentro de un triángulo y determinar el centro de una circunferencia de centro desconocido.

Sustento Teórico

El portasegmentos o también llamado regla de bandas paralelas es una tira de papel, cartulina, madera, metal o plástico de forma rectangular la cual por comodidad puede tener las siguientes dimensiones: 1,5 cm de ancho por 15 cm de largo, aunque estas medidas pueden variar. En la figura 1 se muestra el portasegmentos construido en cartulina.

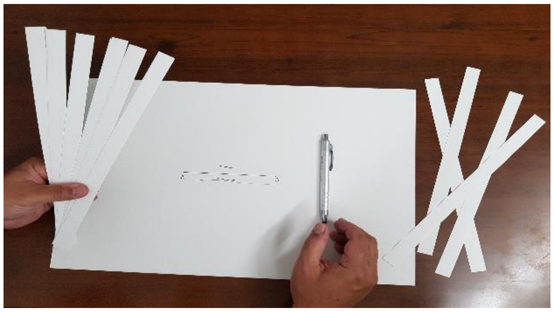


Figura 1. El portasegmentos o de la regla de bandas

Esta herramienta permite emplear las propiedades de dos rectas paralelas que al traslaparse con otras dos rectas paralelas con la misma separación determinan ángulos congruentes, en donde la bisectriz es eje de simetría de un par de estos ángulos tal y como se muestra en la figura 2.

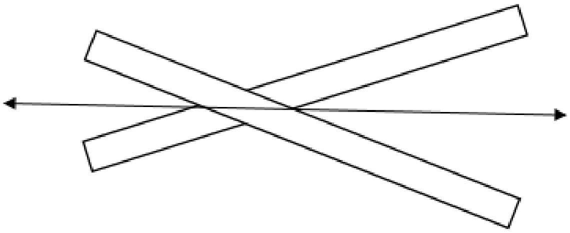
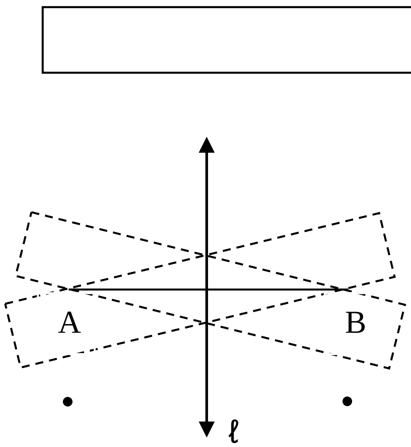


Figura 2. Propiedades del portasegmentos o de la regla de bandas paralelas

También con este instrumento se facilita el traslado de segmentos y de ahí el nombre que se le ha asignado.

A manera de ejemplo, se expone la construcción de la mediatriz de un segmento de recta.

Mediatriz de un segmento de recta $\overline{AB}$.



- Trazar un segmento de recta $\overline{AB}$.
- Luego se coloca el portasegmentos de forma que la parte inferior de éste coincida con el extremo B y el extremo superior coincida con el extremo A y se trazan marcas a ambos lados del portasegmentos, estimando que éstos intersequen a la mediatriz buscada.
- Después se repite el procedimiento pero esta vez colocando la parte superior del portasegmentos sobre el punto A y la parte inferior sobre la parte B.
- Por último se traza la recta ℓ que contenga los puntos de intersección de las marcas y dicha recta es la mediatriz del segmento de recta $\overline{AB}$.

Recursos y Materiales

A continuación, se enumeran todos los recursos y materiales que se requieren por cada participante.

1) Diez hojas de papel bond blanco tamaño carta.
2) Cinco portasegmentos.
3) Un lápiz.
4) Un sacapuntas.
5) Un borrador.
6) Una mesa de trabajo plana.

Además, se requieren una computadora portátil y un proyector de pantalla para uso los encargados del taller.

Metodología

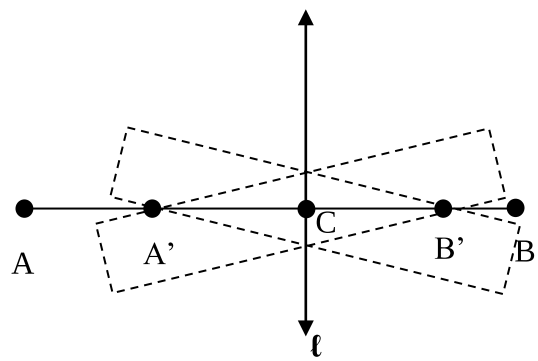
- Presentación en Power Point de la construcción de la mediatriz de un segmento de recta y la construcción de una recta perpendicular a un segmento en un punto dado. (10 minutos)
- Seguidamente se plantea a los participantes el realizar 6 construcciones clásicas con el uso del portasegmentos, esto con la supervisión de los encargados del taller y promoviendo la metacognición y el aprendizaje colaborativo. (80 minutos)
- Cierre de la actividad en donde se escucha las opiniones de los participantes y llenar cuestionario. (15 minutos)

Guía de trabajo del taller

Mis primeras construcciones Geométricas a partir del uso del Portasegmentos

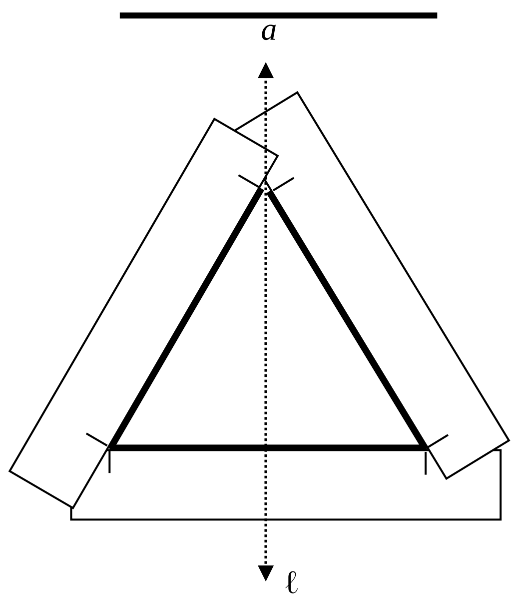
En una hoja de papel tamaño carta realice las siguientes construcciones con el portasegmentos.

1) Perpendicular a un segmento de recta en un punto dado.



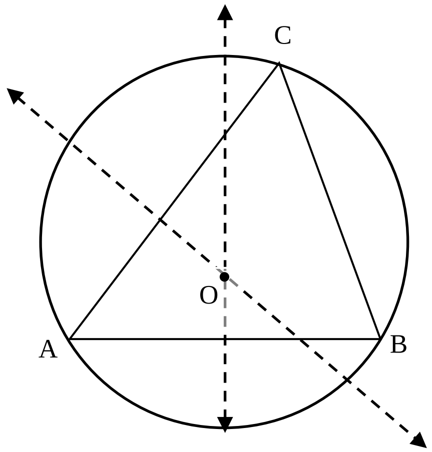
- Trazar un segmento de recta $\overline{AB}$.
- Luego se marca un punto C sobre el segmento de recta $\overline{AB}$.
- Se elige una medida arbitraria con el porta segmentos y tomando como punto de partida el punto C se determina un segmento de extremos A', B' y de punto medio C.
- Se repite el procedimiento de la construcción 1.

2) Triángulo isósceles de base *a* y otros dos lados *b*.



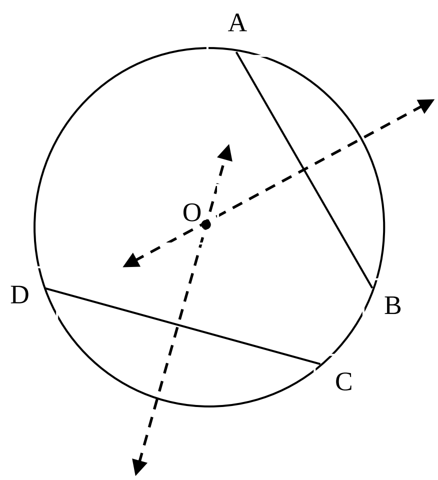
- Copie el segmento de recta *a* con el porta segmentos realizando dos marcas sobre éste que coincidan con los extremos del segmento de recta *a*.
- Luego utilizando el procedimiento anterior se traza la mediatriz del segmento *a*, la cual se identifica con ℓ.
- Copie nuevamente dos segmentos de recta de longitud *b*, de tal manera que uno de los extremos coincida con uno de los extremos del segmento de recta trazado y el otro extremo sea un punto común sobre la mediatriz ℓ. Debe cumplirse que $b + b > a$.

3) Circuncentro de un triángulo dado.



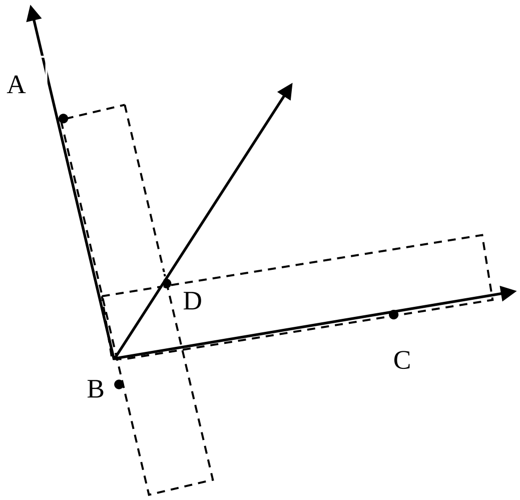
- Dado el ∆ABC, trace las mediatrices de dos de sus lados.
- El punto de intersección de dichas mediatrices es el circuncentro del ∆ABC.

4) Centro de una circunferencia dada.



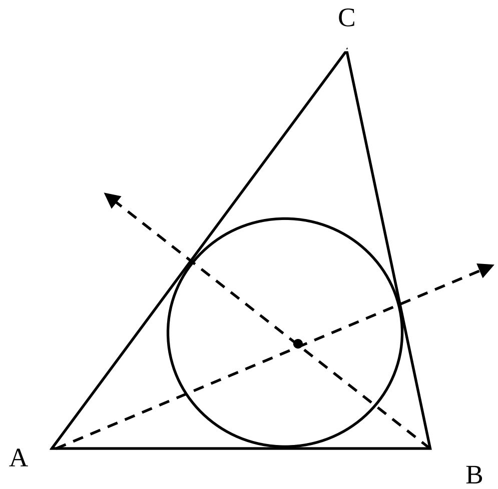
- Dada una circunferencia de centro desconocido, trace dos cuerdas que no sean paralelas.
- Trace las mediatrices de cada cuerda.
- Identifique el punto de intersección de las mediatrices con la letra O y este punto es el centro de la circunferencia dada.

5) Bisectriz de un ángulo dado.



- Dado un ángulo ABC, coloque dos portasegmentos en el interior (exterior) del ángulo de forma tal que se haga coincidir un borde de uno de los portasegmentos con el lado AB y el otro con el lado BC, tal y como se ilustra en al figura adjunta.
- Identifique el punto de intersección de los bordes de los portasegmentos en el interior del ángulo con D.
- Finalmente trace el rayo BD, el cual será la bisectriz del ángulo ABC.

6) Incentro de un triángulo dado



- Dado el triángulo ABC, trace las bisectrices de los ángulos A y B.
- Luego el punto de intersección de las bisectrices es el incentro.

Conclusiones

El portasegmentos es un recurso didáctico que permite al estudiante interactuar con el objeto geométrico, pues en cada una de las construcciones el alumno hace uso de las propiedades geométricas, del objeto matemático y del instrumento.

El uso de este recurso didáctico estimula la motricidad fina de los aprendientes.

Con el portasegmentos se pueden hacer construcciones de la geometría Euclídea con gran precisión como con la regla, compás y software matemático.

El uso de este recurso didáctico es conveniente para contrarrestar los procesos memorísticos de ciertas construcciones realizadas con regla y compás.

Recomendaciones

El portasegmentos es apropiado para emplearse en los primeros cursos en donde se inicia con las construcciones geométricas de elementos básicos de la geometría Euclídea, así como en la gran mayoría de las construcciones geométricas, tanto a nivel escolar, colegial y universitario.

El uso de este instrumento es apropiado en comunidades con grandes índices de violencia y con poblaciones privadas de libertad.

Referencias bibliográficas

Clemens, et al. (1998). *Geometría*. México. Addison Wesley Longaman S.A.

Lehmann, C. (1959). *Geometría Analítica*. México D.F. Editorial UTEHA.

Moise, E. y Downs, F. (1966). *Geometría Moderna*. Estados Unidos. Editorial Addison-Wesley Publishing Company.

Rojas, E. y Sequeira, R. (2013). *Geometría euclídea I*. San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica (UNED)

Rojas, E. y Sequeira, R. (2014). *Recursos didácticos en matemática*. San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica (UNED)

Sequeira, R. Sánchez, M. y Delgado, J. (2005). Laboratorios virtuales de Geometría Euclídea Versión: 1.0.0. Programa de Producción Electrónica Multimedial, Dirección de Producción de Materiales Didácticos San José, Costa Rica: Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica (UNED)

Sousa, D. (2002). *Cómo aprende el cerebro: Una guía para el maestro en la clase*. Estados Unidos. Editorial Corwin Press.

Propuesta didáctica para la enseñanza de conjuntos numéricos a través de cuentos

Lic. Ingrid Patricia Mattey Masís
Universidad Americana
tumatti@hotmail.com

Resumen: esta propuesta didáctica surge con la inquietud de cómo mejorar la comprensión de los problemas por parte de los estudiantes y buscar estrategias motivadoras para el abordaje de las habilidades relacionadas con conjuntos numéricos; para ello se pretende fomentar el gusto por la lectura y dentro de ella incluir conocimientos matemáticos. Abonado a esto obtener más beneficios que genera la lectura de cuento como desarrollo de la habilidad de la imaginación y de memoria, establecer una identificación con los personajes de las historias y una manera divertida de exponer una situación problema en forma fantástica. Para lograr esto también se requiere de actividades que el estudiante haga una compresión de lectura estilo matemático.

Palabras claves: recurso didáctico, conjuntos numéricos, cuento.

Introducción

La reforma curricular en el programa de estudio de matemáticas, del M.E.P exige a la población docente costarricense a cambiar de enfoque centrado en la resolución de problemas. Donde el estudiante es un agente principal del proceso de aprendizaje; que debe desarrollar los procesos de razonar, argumentar, plantear, resolver problemas, conectar, establecer relaciones, representar de diversas formas, comunicar, expresar ideas matemáticas formal y verbalmente. Entre otra característica es el romper mitos; tratar mediante el enfoque de resolución de problemas sea más cercano a su entorno; donde se involucra lo físico, social, cultural o situaciones fáciles para imaginar por los estudiantes, según los programas de estudio del M.E.P.

> Para ello se cuenta con ejes que proporcionan una dirección del cómo se puede implementar, entre uno de ellos está potenciar las actitudes y creencias positivas en torno a la Matemática; el logro esta fundamentalmente en la mediación pedagógica por parte de los docentes, que sea atractiva, agradable y que entusiasme a los estudiantes; pero a la vez logre los procesos mencionados anteriormente. En este eje se pretende fomentar actitudes específicas, entre ellas está el respeto, aprecio y disfrute de las matemáticas, donde su entorno va a manifestar respeto por la cultura humana, ya que reflexiona por medio de la historia, la filosofía, ingeniería, las artes y otras disciplinas están relacionadas con la matemática. (cfr. Programas MEP pág. 38)

En referencia a lo ya expuesto; no es un secreto que entre unas de las creencias erróneas que se tiene en la matemática, es la desvinculación con la literatura; y no solo nace del estudiantado o seno familiar; también proviene del poco fomento de los docentes de matemática por el gusto a la lectura. Que por lo contrario, parte de los beneficios de la lectura es la comprensión de lo que se lee, desarrollo de la imaginación, mejora de la ortografía, amplia vocabulario; todos estos elementos están estrechamente vinculados a la hora que los estudiantes deben de enfrentar de resolver el problema propuesto por el docente. ¿Cómo se pretende que el alumno pueda ejecutar el momento de trabajo independiente, de manera efectiva, si no se apropia del problema mismo?, esto no es más que la buena lectura, comprensión de ella; y un manejo de vocabulario amplio, acorde a su cultura y respeto a de los demás.

Cuento como un recurso didáctico

El cuento proporciona al ser humana el desarrollo de procesos mentales como la imaginación, la comprensión de lectura y la comunicación de lo entendido. Han sido por mucho tiempo, una parte importante para el hombre y han surgido por distintos motivos; entretenimiento, expresar un aprendizaje, expresión de la creatividad y emocionalidad. En sí mismo, el cuento ha formado parte de contenido en el área de español; pero ha tenido una evolución más allá no solo del disfrute de la lectura; sino la incorporación en otras áreas como las ciencias naturales, idiomas, fuente de transmisión de valores y actitudes. Así lo afirma Pérez, Pérez y Sánchez (2013) a manera específica en el área de las ciencias naturales:

> El cuento nos permite trabajar de forma interdisciplinar. Enseñar ciencias naturales no significa únicamente enseñar flora, fauna, o medios de transporte o cualquier otro contenido de manera exclusivamente teórica, sino que esta actividad puede variar de muchas maneras. Por tanto, es conveniente que la enseñanza de la asignatura de Conocimiento del medio se nutra de diversos recursos, entre los cuales se puede encontrar el cuento. Además, esta herramienta es muy adecuada para la Educación Primaria, pues en ella muchos niños viven inmersos en su mundo imaginativo y esto les permite adentrarse en los cuentos, identificarse con los personajes y, de esta manera, aprender muchos contenidos nuevos.

Más adelante, Molina, Molino y Pérez (2013), destaca un aspecto muy importante y necesario en educación:

> Uno de los elementos más importantes de la educación es la comunicación y, precisamente, el cuento es un elemento que nos puede ayudar a conseguirla, pues es capaz de generar muchas interacciones entre los alumnos y el maestro. Si el cuento que se les presenta a los niños es de su agrado, se puede conseguir que los alumnos escriban cuentos similares, que hablen con sus compañeros sobre una determinada acción y, sin duda alguna, esto beneficia al aprendizaje, pues recuerdan contenidos que no recordarían si se les hubiesen transmitido de forma teórica y memorística. (pág.4)

Es decir, que los cuentos desarrollan con más facilidad las habilidades memorísticas mediante el uso de la imaginación, y crear una conexión con la identificación de personajes. También no solo se limita a su expresión de comprensión, sino en la expresión oral, corporal y escrita; en pocas palabras, se comunica mediante todas sus formas, esto ayuda que el conocimiento sea aprendido con más propiedad y seguridad.

Cuentos y aprendizaje de la matemática

Con el pasar de los años han surgido libros con enfoques matemáticos; entre ellos se destaca *El diablo de los números* escrito por Hans Magnus Enzensberger; donde narra de forma muy divertida y novedosa conceptos matemáticos del área de los números. La historia gira alrededor de un muchacho que no encuentra de su agrado a la asignatura de matemática y la manera que su profesor explica; que no comprende porque tiene que estudiar esos conceptos. Pero el joven a la hora de dormir empieza a soñar con un personaje que se llama el Diablo de los números; este personaje le llama la atención al joven por su explosiva personalidad y eso permite que el Diablo de manera demostrativa le explica diversos conceptos matemáticos, procesos algorítmicos, el sentido de existencia de la matemática.

Rojo (2002) citado por Marín; En principio casi todos los cuentos, pues en la mayoría hay conceptos matemáticos subyacentes; de ahí, menciona el cuento de Pulgarcito, donde rescata que se puede plantear el cálculo del recorrido del personaje; o la importancia de la posición como ser el primero. Continua Marín afirmando que la lectura con ojos matemáticos conduce a encontrar las conexiones matemáticas del mismo, las ideas soportadas por el contexto de la narración, los conceptos explícitos e implícitos presentes en el relato.

Igualmente, Marín hace mención a las profesoras Schiller y Peterson (1999), en su libro de actividades para la enseñanza de las matemáticas en la Etapa Infantil, comienzan cada capítulo con un cuento, ya que con el cuento se motiva, se contextualiza y sirve de puente hacia otros conceptos matemáticos.

En este sentido, los cuentos pude ser un recurso didáctico para el desarrollo de los procesos de comunicación y conexión, además, ayudan a crear una expectativa positiva hacia el aprendizaje de la matemática; asimismo, facilita la memorización de los contenidos y se pude incorporar no solo un contenido sino varios en ellos inmersos en un solo cuento; así como el cuento de Pulgarcito; el cálculo de distancias y números posicionales.

Borges citado por Marín; expresa con estas palabras que los “libros son las alfombras mágicas de la imaginación”; este recursos tan antiguo ha brindado a la humanidad grandes beneficios; el cual aún se puede ampliar su campo de acción e incorporar otras asignaturas no precisamente español sino como ciencias naturales y exactas, ciencias sociales, y entre otras: es un vieja sobre los pensamientos para imaginar mundos desconocidos, y porque no también usarla para crear o construir conocimientos con la ayuda de la fantasía sea más dinámica y divertida la enseñanza.

Propuesta didáctica

En el programa de estudios de matemática 2012 dentro de sus cambios pretende incluir de forma trasversal cinco ejes disciplinares, pero en la propuesta metodológica comprende uno de ellos, la potenciación de actitudes y creencias positivas en el entorno de matemática, ¿de qué manera?; atreves de los cuentos. Se centrará en las habilidades relacionadas con conjuntos numéricos. Con ellos se persigue crear en los estudiantes y docentes la conciencia de la importancia de la lectura en las clases y desarrollar, según el programa actual, los cinco procesos matemáticos; y obtener los beneficios de la lectura como la imaginación y mejor la memoria.

Procesos matemáticos que se desarrollan en el estudiante

Razonar y argumentar. El estudiante durante la lectura va deducir el lenguaje relacionado con las características de los distintos conjuntos numéricos, conceptos de unión, intersección y complemento de conjuntos; asimismo comprender referente a intervalos.

Plantear y resolver problemas. El estudiante podrá potenciar capacidades cognitivas como identificar las características de cada uno de los conjuntos numéricos mediante cada uno de los personajes podrá resolver la clasificación de cada uno de los números en su respectivo conjunto. Formular conceptos de unión, intersección y complemento de conjuntos; y de intervalos junto con representación simbólica.

Comunicar. Al ser un trabajo en grupo, existe una interacción de ideas en las cuales compartirán entre los miembros del grupo para poder resolver la actividad de forma más efectiva.

Conectar. Propiciará que el estudiante recuerde los conocimientos adquiridos en niveles inferiores relacionados con los diferentes conjuntos numéricos, además de establecer asociación de un lenguaje más cercano a ellos e las iniciales de los personajes son propiamente las iniciales de los diferentes conjuntos numéricos.

Representar. El educando se apropiará del conocimiento en el cual podrá expresarlo en la solución de cada una de las actividades que se le proponen; ya que este pudo interpretar los cuentos y el contenido matemático inmerso en cada uno de ellos.

CUENTO 3. INTERVALOS.

Habilidades específicas: Representar intervalos numéricos en forma gráfica, simbólica y por comprensión. **Conocimientos.** Intervalos

Procedimiento de la actividad

Etapa I. Aprendizaje del conocimiento. Propuesta de un problema.

GUÍA# 5. CUENTO LOS TOPOS, FAMILIA DE LOS INTERVALOS
Leer de manera completa el cuento#3. Los topos, familia de los intervalos Después de realizar la lectura encontrarás a los topos que te indicarán qué tipo de intervalo son y deberás escribir los números que sí les gusta comer y la manera gráfica o intervalo según lo indique cada topo. Escriba sus respuestas en el cuaderno.

Trabajo estudiantil independiente

1) El cuento como es un poco más largo lo pude asignar como lectura individual para el hogar o bien trabajar en clase.
2) Se debe entregar siete ejercicios al estudiante para que resuelva de manera grupal.

Discusión interactiva y comunicativa

Se hace un conversatorio de los resultados, y aquí el docente puede reforzar o incorporar otros aspectos temáticos referentes a intervalos y reforzando lo visto en la lección pasada; asimismo, se podría enlazar operaciones con conjuntos con intervalos.

Clausura o cierre. Solución y formalización del tema con un breve resumen.

Etapa II. Aplicación y movilización de conocimientos. Estrategias de evaluación.

Los ejercicios en este apartado se pretenden realizar una conexión con los conocimientos ya adquiridos y los expuestos en el cuento. Ligaremos la unión e intersección de conjuntos con las representaciones de intervalos.

Ejercicio de evaluación. Trabajo en grupo. De manera colaborativa resuelvan los ejercicios de la guía # 6, Don Búho y anote sus resultados en el cuaderno.

Recomendaciones

En la actualidad los docentes de matemática deberían inculcar el hábito de la lectura, asimismo sería parte importante en la asignatura de la matemática como una metodología motivadora y que desarrolle otras habilidades como la imaginación y la memoria. Así los estudiantes podrán resolver situaciones problema a medida que su imaginación esté activa y se apropien del problema con más facilidad. Es esencial realizar una búsqueda de literatura que se pueda emplear en las clases o crearla para el desarrollo de las habilidades de conjuntos numéricos; no necesariamente debe ser un problema cotidiano, se puede incluir la fantasía y así crear un ambiente positivo en las lecciones y gusto por la matemática. Parte de resolver ejercicios o problemas los estudiantes debe hacer una lectura y comprender lo que leen.

Anexos

Material didáctico
Cuento # 3. los topos, familia de los intervalos

Estaba un día don Zorro quien siempre era inquieto, jugando uno con otro número entero cuando lo aborda su curiosidad al ver un hueco cerca del árbol de las funciones; pensaba Don Zorro-¿qué curioso este hueco?, ¿qué habrá dentro de él?- pero sin percatarse se resbala y cae dentro de él.

Pavo Real que es guardián de todo el bosque estaba haciendo su ronda de costumbre cuando escucha los gritos de Don Zorro, y velozmente corre a ver lo que sucedía. Efectivamente, don Zorro cayó en un hueco; pero Pavo Real lo llamaba, pero este ya no respondió. Entonces Pavo Real extiende su cola tan colorida y hace un grito llamando a todos los animales del bosque a emergencia.

Muy pronto, van llegando todos los animales; se preguntaban qué había pasado, Pavo entonces explica que don Zorro cayó en este hueco y que no responde, por lo que se debe hacer un grupo de rescate y bajar a buscarlo.

Doña Nutría: ¿Cómo vamos a bajar si no sabemos a lo que enfrentamos?

Quetzal: es cierto, para eso debemos escoger a los más expertos en el tema.

Pavo Real: ¿Algunos de ustedes sabe por qué está esté hueco?

En eso llega volando don Búho; y este responde: yo sé por qué está ese hueco ahí, si notan está cerca del árbol de funciones; y en esos huecos se encuentran los Topos, es una gran familia de intervalos que les gusta crear cuevas con acertijos y laberintos; para aventurarse en ellos, hay que dominar muy bien sus reglas.

Doña Iguana: don Búho, ¿usted conoce todas las reglas?

Don Búho: por supuesto; eso sí, ocupo a cada miembro de animales de cada grupo de números.

Entonces Pavo Real forma un grupo de rescate para poder bajar a salvar a don Zorro. En este grupo estaba don Búho que es conocedor de números y sus conjuntos un gran viajero por el mundo de las matemáticas, doña Nutría que es muy cercana a los números exactos, Doña Iguana por si resulta algún problema de raíz, y Quetzal quién puede volar y ver todo un poco más de números exactos. Todos con una cuerda amarrada a su cintura, don Búho toma un extremo y los va bajando con mucho cuidado atrás del hueco; mientras los demás se quedan vigilando hasta que vuelvan todos sus amigos a salvo.

Cuando iban bajando, se veía dibujos de gráficas, paréntesis cuadrados que encerraban dos números uno menor y otro mayor en perfecto orden; el menor a la izquierda y el mayor a la derecha; y paréntesis de llaves que tenía grupos de números de distintos tamaños y diferentes tipos de números.

Llegando al final se topan con un Topo que en su casco tenía la inscripción: para qué se muevan las rocas, debes interpretar los intervalos o cambiar su forma, según diga el casco miembro de la familia de Intervalos.

En seguida el grupo rescatista se disponen a continuar su camino; en eso se topan con tres salidas y cada una de ellas tiene un Topo con casco de diferente color rojo, verde y amarillo.

Doña Iguana: ¿Cuál camino debemos seguir?

Don Búho: mmmm… el primer topo tenía un casco de color verde; creo que debe haber relación; es como los semáforos, rojo se detiene, amarillo se baja la velocidad y verde es para continuar. Resolvamos entonces el casco del topo verde.

Quetzal: perfecto, el casco del topo dice esta inscripción $[-\mathbf{3}, \mathbf{8}]$ ¿qué significa?

Don Búho: es importante los topos no hablan y él es de tipo cerrado.

Doña Nutría: ¿cerrado?

Don Búho: si es de la familia de intervalos cerrados; se caracteriza porque indica que subgrupo de números les gusta comer; siempre indican donde empiezan y donde termina el subconjunto de números. Y como es cerrado sus paréntesis cuadrados en sus extremos indica que los extremos también les gusta comer. Por lo que hay que darle un número que les gusta comer según su casco.

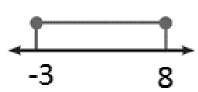
Doña Nutría: muy bien, entonces puede ser un número entre -3 y 8; incluyendo a ambos extremos. Le daré un número 0 a ver si le gusta.

En eso el topo queda contento, pero aún no se mueve la piedra. En eso el topo les da un tuquito de color para que escriban en la pared y él les señala el título de la pared. Esta dice: GRÁFICA.

Doña Iguana: ¿qué es una gráfica?

Don Búho: es una forma de representar un intervalo este es de esa manera

Donde está "a" va -3 y donde está "b" va el 8; según corresponde en la recta numérica. Y sus círculos rellenos deben ir.

Doña Iguana: entonces lo dibujaré así: 

Don Búho: muy bien doña Iguana usted comprendió perfectamente.

En ese momento se mueve la piedra y el grupo de animales sigue su camino, pasado pocos metros, ahora sólo se toparon con un solo topo de casco verde; y este tenía la inscripción $]-\mathbf{3}, \mathbf{8}[$

Doña Nutría: por aquí tengo un número 8 sabe a biscocho.

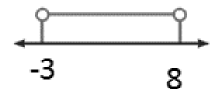
Don Búho; ¡CUIDADO! Si les das a número que no le gusta a un topo puede enviarte con los topos de intervalos infinitos y esos encierran en calabozos a cualquiera que no conocen a los intervalos. Además, tiene los mismos extremos, pero sus paréntesis son abiertos; a ellos no les gusta los extremos, sólo el relleno; es decir, lo que están entre los extremos.

Quetzal: entonces le daré un $^4/_3$ a ver qué le parece.

Efectivamente, el topo le gustó y se lo comió y les dio a ellos un tuquito de color para que hicieran la gráfica de su intervalo.

Doña Nutria: mmmm… si lo pienso bien; la gráfica no puede ser igual, pero deber ser también algo familiar.

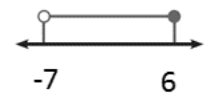
Don Búho: ¡exacto! Sólo que los círculos no van con relleno. Sería de esta manera:



Y nuevamente se movió la piedra y el grupo sigue su camino. Pero ya se estaban preocupando porque no encontraban a don Zorro. En eso ven un número exacto diestro en el suelo.

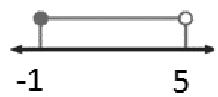
Quetzal: ¡esto es de don Zorro!

Don Búho: debe ser que se equivocó vean el casco del topo tiene la indicación



Y el número que Zorro dejó tirado es -7; vean que el círculo es sin relleno; ese topo no le gusta el extremo izquierdo. Debieron enviarlo al calabozo de los intervalos infinitos. Vamos por este camino donde está el topo del casco rojo.

Doña Nutria: vean la inscripción



Quetzal: yo aquí tengo $^1/_2$

Don Búho: entonces el intervalo se debe escribir así $[\mathbf{-1,5}[$

En eso se abre en el suelo un pasadizo con unas escaleras que los lleva más profundamente, bajaron con antorchas, bajaron y bajaron ahí encontraron a Don Zorro encerrado y muy triste. Pero al ver que sus amigos lo buscaron se puso muy contento.

Doña Nutría: ¡Don Zorro! ¿Estás bien?

Don Zorro: me encuentro muy bien; me alegra mucho verlos. Parece que mi curiosidad me trajo aquí y fallé en intervalos ¡je je je!

En eso se interpone un topo más grande, estos las inscripciones están en sus camisetas.

Doña Nutría: qué enormes y las inscripciones son más grandes. Este dice

Don Búho: los intervalos infinitos sólo tiene un extremo que se incluye o no; pero indican si van hacia el infinito negativo o el infinito positivo. A estos topos hay que darles dos números. Al topo que tiene encerrado a don Zorro hay que darle números menores que -11.

Quetzal: yo le puedo dar $-12{,}56$

Doña Iguana: yo puedo darle $-\sqrt{150}$

El topo enorme vio con agrado los dos números que le ofrecieron, pero este les muestra su espalda para que le escriban el intervalo de su gráfica.

Don Búho sin temor topó el tuquito de color y pronto escribió $]-\infty,-11[$; entonces el topo tomó de su cuello la llave para liberar a don Zorro de su encierro. Todos felices abrazaron a su amigo y salieron de las cavernas donde se encontraban. Pavo Real y los demás estaban muy contentos al ver que sus amigos volvieron; organizaron un gran banquete y don Búho los instruyó en intervalos por si alguna vez otro caía en huecos de los topos.

Autora: Ingrid Patricia Mattey Masís.

Actividad para Guía # 5.

TOPO 1.
¿Cómo sería su representación gráfica?
Escriba un número natural, un entero, un racional y un número irracional que le pudiera gustar al topo comer.

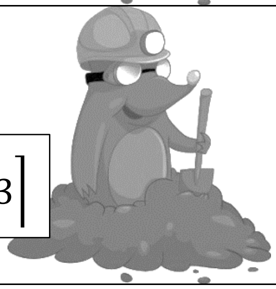
$\left]-67, \frac{5}{4}\right[$

TOPO 2.
¿Cómo sería su representación gráfica?
Escriba un número natural, un entero, un racional y un número irracional que le pudiera gustar al topo comer.

$]-\infty, 9]$

TOPO 3.
¿Cómo sería su representación gráfica?
Escriba un número natural, un entero, un racional y un número irracional que le pudiera gustar al topo comer.

$\left[\frac{3}{2}, 103\right]$



TOPO 4.
¿Cómo sería su representación gráfica?
Escriba un número natural, un entero, un racional y un número irracional que le pudiera gustar al topo comer.

$\left[-6, \frac{107}{3}\right[$

TOPO 5.
¿Cómo sería su representación gráfica?
Escriba un número natural, un entero, un racional y un número irracional que le pudiera gustar al topo comer.

$[-23, +\infty[$

Guía # 6. Don Búho

Ayuda a don Búho a escribir un nuevo intervalo y su gráfica en cada uno de los casos

1. Si se tiene los intervalos $A = [-2{,}8[$ y $B =]4{,}10[$ ¿qué intervalo resulta de resolver $A \cup B$? ¿Cómo sería la gráfica? Sugerencia grafique los dos intervalos en una misma recta numérica.

2. Si se tiene los intervalos $A = [-5{,}3[$ y $B =]-4{,}11[$ ¿qué intervalo resulta de resolver $A \cap B$? ¿Cómo sería la gráfica? Sugerencia grafique los dos intervalos en una misma recta numérica.

3. Si se tiene los intervalos $A = [5, +\infty[$ y $B =]-\infty, 10[$ ¿qué intervalo resulta de resolver $A \cup B$? ¿Cómo sería la gráfica? Sugerencia grafique los dos intervalos en una misma recta numérica.

4. Si se tiene los intervalos $A = [-5{,}3[$ y $B =]-1, +\infty[$ ¿qué intervalo resulta de resolver $A \cap B$? ¿Cómo sería la gráfica? Sugerencia grafique los dos intervalos en una misma recta numérica.

Referencias bibliográficas

Herrero, María Fátima. (s.f.). Enseñanza de la matemática a través de cuentos. Recuperado de https://uvadoc.uva.es/bitstream/10324/4694/1/TFG-B.379.pdf

Jiménez, Reinaldo. (2017) Matemática para bachillerato. Segunda edición. San José. Academia de Matemática AMP.

Gómez, Luis. (2016). Matemática 10 desarrollo de habilidades. Segunda edición. PIMAS.

Matemáticas. (2005). Diccionario esencial. Primera edición. Barcelona, España. Editorial SPES, S.L.

Perlch, Danny. (2008). Las Aventuras Matemáticas de Daniel. Primera edición. Chile. Editorial Impacto.

Porras, V; Durán, E. (2015). Matemática 10. Primera edición. San José. Editorial Compas ERV.

Magnus, Hans. (2013). El diablo de los números. Ediciones Siruelas, España.

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programas de Estudio de Matemáticas. Ciclos de la Educación General Básica y Ciclo Diversificado. San José, Costa Rica: MEP.

Pérez, D., Pérez, A., Sánchez, Rocío. (2013) Cuento como recurso educativo, Revista de investigación 3 Ciencias, Recuperado de www.3ciencias.com/wp-content/uploads/.../CUENTO-RECURSO-EDUCATIVO.pdf

Rojas, Eugenio; Sequeira, Ronald (2015) Recursos Didácticos para la enseñanza de la matemática. San José, Universidad Estatal a Distancia.

Ruiz, Ángel. (2003). Historia y Filosofía de las Matemáticas. San José Costa Rica, Editorial UNED.

Proyectos matemáticos en secundaria: compartiendo experiencias

M.Sc. José Manuel Acosta Baltodano
Colegio Metodista de Costa Rica
Universidad de Costa Rica
jacosta@metodista.ed.cr jose.acosta@ucr.ac.cr

M.Sc. Luis Fernando Ramírez Oviedo
Colegio Metodista de Costa Rica
Universidad Estatal a Distancia
lramirez@metodista.ed.cr lramirez@uned.ac.cr

Resumen: Con el objetivo de fortalecer el aprendizaje y la enseñanza de la matemática, el departamento de matemática del Colegio Metodista ha implementado una serie de proyectos en los últimos años, dichos proyectos son: la Olimpiada Metodista de Matemática, la Sociedad Matemática de Honor, el uso de la plataforma Moodle y aplicaciones web y el Aprendizaje Basado en Proyectos.

En este artículo se hace una descripción de cada uno de ellos, con el fin compartir experiencias e intercambiar opiniones con docentes de matemáticas, siendo el interés primordial, mejorar la práctica docente cada día.

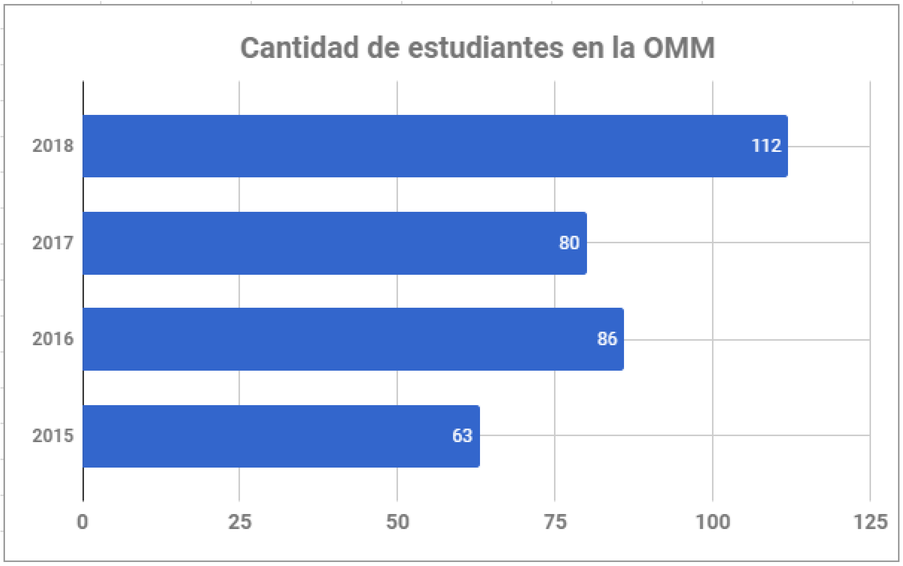
Palabras clave: Matemáticas, educación, TIC, proyectos.

Olimpiada Metodista de Matemática

Desde el año 2015 se organiza en el Colegio Metodista la Olimpiada Metodista de Matemática (OMM), dicho evento es un concurso de resolución de problemas matemáticos que se realiza con estudiantes de tercer ciclo de secundaria. En la cuarta edición (2018), participaron 112 estudiantes y 12 instituciones. Los objetivos de la olimpiada son los siguientes:

1) Contribuir al mejoramiento de la enseñanza de la Matemática en la educación secundaria, mediante la propuesta de problemas que favorezcan habilidades de pensamiento.
2) Estimular el estudio de las matemáticas entre los estudiantes de secundaria.
3) Motivar la participación de estudiantes en la Olimpiada Nacional de Matemática.
4) Favorecer el desarrollo profesional de los docentes de matemáticas participantes en la OMM.
5) Brindar un espacio de entrenamiento a los estudiantes, previo a la primera eliminatoria nacional de OLCOMA.
6) Propiciar espacios de socialización y recreación entre estudiantes de distintas instituciones educativas.

El evento ha tenido muy buena aceptación por parte de estudiantes y profesores. En la edición 2018, la cantidad de estudiantes participantes casi duplicó a la cantidad de la primera edición, el siguiente gráfico muestra la participación de jóvenes en las ediciones anteriores.



La OMM se desarrolla en un día, con un horario de 7:00 am a 4:30 pm aproximadamente; además de la resolución de problemas matemáticos, hay actividades deportivas y recreativas. Cada institución participante envía a un docente de matemática, quien colabora en la elaboración y calificación de las pruebas. En la siguiente imagen se presenta el cronograma de la edición 2018.

HORA	Estudiantes	Docentes
7:00-7:30 am	Recibimiento de las delegaciones	Recibimiento de las delegaciones
7:30-8:00 am	Acto de inauguración	Desayuno y elaboración de pruebas
8:00-8:30 am	Refrigerio	
8:30-10:30 am	Rally: Matemáticas recreativas	
10:30 -11:00 am	PRUEBAS	Receso
11:00 -12:00 pm		Taller
12:00 – 1:00 pm		Almuerzo
1:00 pm – 2:00 pm	Almuerzo	CALIFICACIÓN DE PRUEBAS
2:00 pm- 4:30 pm	Actividades deportivas	
4:30 pm- 5:00 pm	Premiación y clausura	Premiación y clausura

La meta, a mediano plazo es ampliar la actividad para estudiantes de educación diversificada y hacer del evento un campamento de dos días.

Sociedad Matemática de Honor

La Sociedad Matemática de Honor del Colegio Metodista es un club de estudiantes de secundaria que fomenta el desarrollo de habilidades y destrezas matemáticas en estudiantes con mayor afinidad por esta área del conocimiento. La Sociedad Matemática de Honor del Colegio Metodista forma parte de la red de sociedades matemáticas estudiantiles Mu Alpha Theta (www.mualphatheta.org), una organización educativa sin fines de lucro que remonta sus inicios desde 1957 y que actualmente se encuentra conformada y respaldada por varias instituciones educativas norteamericanas como la Mathematical Association of America, National Council of Teachers of Mathematics, Society for Industrial and Applied Mathematics y American Mathematical Association of Two-Year Colleges. El Colegio Metodista al igual que el Colegio Lincoln, son los dos únicos colegios costarricenses que pertenecen a esta red de al menos 2400 instituciones educativas tanto dentro de Estados Unidos como en otros países.

La Sociedad Matemática de Honor del Colegio Metodista, es la segunda en fundarse en Costa Rica y nace a raíz de compartir experiencias con los estudiantes del Colegio Lincoln, que fuera el primer colegio costarricense en asociarse a esta red norteamericana Mu Alpha Theta. Fue durante el año 2016 que miembros de la Sociedad Matemática de Honor del Colegio Lincoln diseñaron e implementaron la primera edición del Central America Mathematical League (CAML), una competencia intercolegial que pretendía fomentar el desarrollo de habilidades matemáticas a través de actividades que mezclaban retos mentales, físicos, tecnológicos, artísticos y sociales entre estudiantes costarricenses e invitados de otros países de Centro América. La actividad fue un éxito a pesar de la participación de solamente tres colegios costarricenses Lincoln School, Blue Valley School y el Colegio Metodista. La experiencia obtenida por los estudiantes del Colegio Metodista, generó la necesidad en ellos mismos de sumarse a esta red internacional e iniciar una sociedad propia para fomentar día a día mejoras en los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

La Sociedad Matemática del Colegio Metodista es un club de estudiantes dirigido por estudiantes, aunque cuentan con el apoyo de un profesor consejero inscrito como tal ante Mu Alpha Theta, el cual debe velar por la integridad del programa tanto a nivel local como internacional, el bien de los estudiantes y el óptimo desarrollo de las actividades y los contenidos matemáticos que se estudian, son los estudiantes los que llevan toman decisiones, los que planean nuevos temas de aprendizaje, los que diseñan actividades académicas para involucrar a los demás miembros de la población estudiantil, los estudiantes de la sociedad son además de miembros de un club matemático verdaderos líderes.

Los estudiantes tienen responsabilidades dentro de esta sociedad, entre ellas se encuentran:

- Reunirse periódicamente con diferentes fines.
- Enseñanza y aprendizaje de temas matemáticos nuevos: Los estudiantes más avanzados preparan temas que pueden ayudar a todos los miembros de la sociedad a mejorar sus habilidades matemáticas.
- Planeamiento y ejecución de actividades que involucren a los demás miembros de la comunidad educativa: Los estudiantes de la sociedad diseñan problemas que proponen a la comunidad educativa para su solución, algunas veces se cuenta con estímulos para aquellos estudiantes que logren resolver el problema o presenten la mejor solución.
- Participar colaborativamente en actividades relacionadas con la matemática dentro de la institución. Los estudiantes de la Sociedad de Matemática colaboran cada año con el desarrollo de Olimpiada Metodista de Matemática, cumplen con diferentes funciones durante la olimpiada, en primera estancia como asistentes, luego tienen a su cargo el diseño y ejecución de actividades lúdicas con los estudiantes participantes de la olimpiada, es importante rescatar este elemento, pues asumen una posición de liderazgo y ayudan a generar nexos sociales entre los participantes que en la mayoría de los casos se están conociendo.
- Organización y participación del CAML

En el año 2017, el Colegio Metodista tuvo la oportunidad de organizar la segunda edición del CAML, en esta edición se invitó cerca de 8 colegios, sin embargo, solamente se contó con la participación de 3 colegios costarricenses; Lincoln, Metodista y Saint Francis College.

La segunda edición del CAML fue un éxito, todas las actividades planeadas se desarrollaron a plenitud, los estudiantes asumieron una actitud sumamente participativa y dinámica y como consecuencia Saint Francis College decidió iniciar los trámites para formar su propia Sociedad Matemática de Honor. Mu Alpha Theta cuenta con apoyos económicos para las actividades que realizan las diferentes sociedades, en el año 2017 para la organización de la segunda edición del CAML, Mu Alpha Theta donó cerca de $1000 para sufragar gastos de materiales.

Para el segundo semestre del 2018, la Sociedad del Colegio Metodista se encuentra organizando una nueva liga matemática dirigida a estudiantes de primaria, como una estrategia para acercar a los estudiantes de primer y segundo ciclo a los procesos de aprendizaje de la matemática a través de la participación activa en retos y metodologías activas.

La sociedad matemática no es exclusiva para el Colegio Metodista o Lincoln, cualquier institución puede iniciar una sociedad matemática de honor y solicitar el apoyo de Mu Alpha Theta. Según la información brindada por http://www.mualphatheta.org/ los pasos a seguir para iniciar una sociedad matemática de honor en una institución educativa son:

1. Confirmar que su institución cumple con los requerimientos necesarios.
2. Seleccionar un profesor de matemática de la institución para que cumpla con la función de consejero (chapter sponsor) y representante ante la red MU Alpha Theta.
3. Iniciar un club de matemáticas para los estudiantes.
4. Revisar el nivel académico de los estudiantes que deseen ingresar, ellos deben ser de décimo o undécimo (décimo, undécimo y duodécimo en el caso de BI)
5. Descargar, completar y enviar el formulario de petición para el ingreso a Mu Alpha Theta.

6. Cancelar el monto de USD 25 por concepto de matrícula de la institución (este pago es por una única vez) y USD 10 por cada nuevo miembro que se matricule.
7. Finalmente enviar la lista de estudiantes que deseen matricular, así como sus respectivos años de graduación.

La breve experiencia que ha tenido el Colegio Metodista ha sido muy positiva, el compromiso que han adquirido los estudiantes miembros de la sociedad se ha visto reflejado en las múltiples actividades que realizan semana con semana.

Plataforma Moodle del Colegio Metodista.

Dentro de los grandes retos que presenta la educación se encuentra incorporar las tecnologías de información y comunicación TIC en los procesos de enseñanza y a aprendizaje, aún más retador es incorporarlas al aprendizaje de la matemática, ya que, como señalan Martín, Mendoza & Nieves (2016) muchos profesores de matemáticas desconocen las ventajas que ofrecen las herramientas tecnológicas como estrategias de mediación.

Una herramienta conocida en el ámbito educativo perteneciente a las TIC es la plataforma virtual Moodle, esta plataforma de teleformación, clasificada como Learning Management System (LMS) y diseñada para proporcionarles a educadores, administradores y estudiantes un sistema integrado único, robusto y seguro para crear ambientes de aprendizaje personalizados (www.moodle.org).

El incorporar los espacios virtuales en los procesos de enseñanza y aprendizaje formal según Morales, Trujillo & Raso (2015) favorece el desarrollo de la inteligencia en general pues amplían la capacidad de comprensión, tratamiento de la información digital y representación, no solo textual, incluyendo así lenguajes audiovisuales, multimedia e hipermedia.

Dentro de las ventajas que ofrece la plataforma Moodle para su uso en ambientes educativos se encuentran las señaladas por Moodle.org

- Diseñado para soportar tanto la enseñanza como el aprendizaje.
- Fácil de usar.
- Gratuito, sin cargos por licenciamiento.
- Siempre actualizado.
- Moodle en su idioma.

- Plataforma de aprendizaje todo-en-uno.
- Altamente flexible y completamente personalizable.
- Escalable a cualquier tamaño.
- Robusto, seguro y privado.
- Úselo en cualquier momento, en cualquier lugar, en cualquier dispositivo.
- Recursos extensos disponibles.
- Respaldado por una comunidad fuerte.

Aunado a las ventajas mencionadas, Raman, Don, Khalid et al. (2014) mencionan un estudio comparativo sobre la usabilidad entre diferentes sistemas de aprendizaje online como WebCT, Blackboard and Moodle, en el cual se estableció que Moodle es la mejor escogencia para diseñar y desarrollar un curso online. Es por estas razones que muchas instituciones educativas alrededor del mundo se encuentran utilizando la plataforma Moodle y Costa Rica no es la excepción, tanto la Universidad de Costa Rica UCR (http://emoodle.emate.ucr.ac.cr/), como la Universidad Estatal a Distancia UNED (http://campusvirtual.uned.ac.cr/lms/) cuentan con sus propias plataformas Moodle, diseñadas y personalizadas y administradas por sí mismos. La plataforma Moodle, permite un fácil acceso a estudiantes y profesores, permite diseñar y administrar cursos en forma ágil. Además cuenta con una serie de actividades y recursos que permiten el diseño de procesos educativos cada vez más ricos, entre las actividades y recursos más comunes se mencionan algunos:

Actividades de Comunicación:

- Chat
- Consulta
- Diario
- Elección de grupo
- Encuesta
- Foro
- WizlQ Live Class

Actividades de Evaluación:

- Cuestionario
- Herramienta externa
- Lección
- Paquete Scorm
- Taller
- Tarea

Actividades de Trabajo Colaborativo:

- Wiki
- Glosario

Cada docente a cargo de un curso tiene la libertad de incluir las actividades que considere pertinentes para el buen desarrollo de su clase, existen muchos más recursos en Moodle, sin embargo, es responsabilidad de cada docente explorar cuales le son más útiles de acuerdo a las características de su asignatura, de las características de sus grupos y cualquier otra variable que desee considerar.

La experiencia en el Colegio Metodista inició con el diseño de una Plataforma Moodle propia a cargo de los responsables de informática. Se creó un servidor específico para alojar la plataforma, y se crearon las estructuras necesarias. El departamento de Matemática ha tenido la responsabilidad de fungir como administrador directo del sitio, permitiéndole esto crear cursos para cada nivel y cada asignatura que lo requiera.

Dentro de las ventajas que la plataforma Moodle representa para el Colegio Metodista se encuentran:

- Es una herramienta gratuita que no ha representado ningún costo adicional a los estudiantes o docentes.
- La estabilidad de la plataforma y la gran cantidad de recursos que existen genera confianza al utilizarla en el desarrollo de los procesos de mediación.
- El uso de cuestionarios en sus diferentes modalidades ha permitido aumentar los procesos de evaluación tanto formativa como sumativa.
- La rapidez con que se pueden ejecutar las actividades ha generado un máximo aprovechamiento del tiempo.
- Clases más dinámicas, donde cada estudiante participa tanto en actividades individuales como grupales.
- Los estudiantes poseen acceso remoto a la plataforma Moodle y pueden realizar actividades desde sus hogares o mientras se encuentran en movimiento gracias a la compatibilidad de la plataforma con los diferentes dispositivos. Se encuentra disponible para sistemas operativos Windows, Linux, Android y iOS.

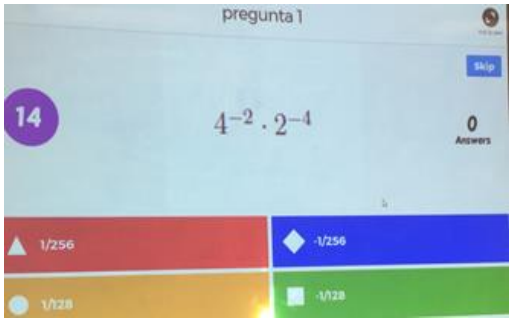
Uso de aplicaciones y servicios web para mejorar el aprendizaje

Indudablemente, las nuevas tecnologías son parte inherente de la vida de las personas y en particular de los estudiantes de secundaria, quienes invierten gran cantidad de horas del día en el uso del celular o tabletas; por eso, se debe aprovechar este recurso como aliado en el aula para potenciar el aprendizaje de los estudiantes.

Lo anterior se ve reflejado con la implementación de los nuevos programas de estudio de matemática del MEP, donde uno de sus ejes transversales es el uso de la tecnología en el aula. De acuerdo con Ruiz (2013), dicha incorporación ha requerido mucha inversión en capacitación y en generación de materiales y recursos virtuales para estudiantes y profesores.

Algunas de las aplicaciones usadas en el aula de matemática son:

- Kahoot (https://kahoot.com): permite la creación de actividades de competencias (individuales o grupales) en línea, esto le da dinamismo a la clase y genera el entusiasmo de los estudiantes. Las preguntas o retos se proyectan en una pantalla y los dispositivos móviles se usan como controles para emitir la respuesta.



- Socrative (https://www.socrative.com/): es similar a Kahoot, pero las preguntas o retos se muestran en los dispositivos móviles, se puede configurar de modo que las preguntas sean aleatorias, así cada pregunta es distinta en los dispositivos.
- Plickers (https://www.plickers.com/): el docente plantea preguntas a los estudiantes y ellos ofrecen una respuesta levantando unas piezas de papel (generadas por el software), las respuestas son leídas (a larga distancia) por el dispositivo móvil del docente para mostrarlas en la pizarra y obtener resultados en tiempo real.

Aprendizaje basado en proyectos

Teniendo en cuenta que el modelo educativo debe adaptarse al contexto real de los estudiantes, los métodos tradicionales de enseñanza de la matemática se deben complementar con estrategias que favorezcan habilidades como la comunicación, la criticidad, el análisis y la resolución de problemas.

Una de las metodologías que favorecen el desarrollo de dichas habilidades es el aprendizaje basado en proyectos; esta metodología, es para Aranda, S. R., & Secundaria, E. S. (2009):

> ... una estrategia educativa que pretende salvar las deficiencias de un modelo de aprendizaje mecánico y memorístico, y que supone un gran instrumento para trabajar con grupo de alumnos que presentan estilos de aprendizaje y habilidades diferentes (p.1).

En el programa de estudio de matemática del MEP se fomenta el uso de problemas como estrategia fundamental en el proceso de enseñanza:

> … lo que se plantea es una acción de aula que permita generar aprendizajes
>
> matemáticos en un contexto específico; esto apela al diseño de tareas que sirvan para la construcción de aprendizajes dentro de una lección (o una secuencia de ellas), promoviendo así la realización de los procesos matemáticos. Se adopta aquí una premisa esencial: juegan un papel crucial los problemas reales, en los que aparecen los entornos físicos y socioculturales. Usar problemas extraídos de la realidad, o que se puedan imaginar como reales, promueve acciones cognitivas requeridas para el aprendizaje de las Matemáticas. (MEP, 2012, pág.28)

Considerando lo anterior, se pretende la incorporación en el aula de proyectos o tareas que le brinden al estudiante potenciar sus habilidades; un ejemplo de proyecto a desarrollar en octavo año se presenta a continuación:

Proyecto: El uso de prismas y pirámides en la arquitectura y artículos de uso diario.

Descripción:

En la vida cotidiana los prismas y las pirámides aparecen en muchas construcciones como edificios, puentes, aeropuertos, torres entre otros; además, muchos artículos de uso diario vienen en envases o tienen forma de alguno de estos sólidos.

Los prismas y las pirámides forman parte de los sólidos geométricos que se estudian en octavo año de matemática. En esta oportunidad, se trabajará en grupos de cuatro estudiantes; cada grupo seleccionará un tipo de prisma y un tipo de pirámide de acuerdo a la siguiente distribución:

- Grupo 1: Prisma triangular y pirámide hexagonal.
- Grupo 2: Prisma pentagonal y pirámide triangular.
- Grupo 3: Prisma triangular y pirámide octagonal.
- Grupo 4: Prisma octagonal y pirámide triangular.
- Grupo 5: Prisma hexagonal y pirámide cuadrangular.

Actividades a realizar:

1. Elaborar un cartel con los conceptos involucrados en el estudio de los sólidos seleccionados. El cartel debe ser llamativo y creativo, debe responder al menos a las siguientes preguntas: ¿qué es un (sólidos seleccionados)?, ¿qué partes tiene?, ¿qué características tiene?
2. Construir los sólidos seleccionados usando materiales de reciclaje como cartón y papel.
3. Presentar en cartón la forma que tendrían los sólidos cuando se desarman (modelo en 2D o molde para construirlo).
4. Explicar las figuras planas que se forman si se corta cada sólido en estudio con un plano vertical, horizontal o inclinado.
5. Buscar fotos edificios, construcciones, entre otros, donde se usen las figuras en estudio.
6. Traer muestras de artículos o envases donde aparezcan los sólidos en estudio.
7. Construir modelos de sólidos usando pajillas o palillos de madera.
8. Presentar el trabajo realizado a estudiantes de otros niveles en una exposición tipo feria que se hará en el bulevar.

Tiempo asignado
• Estudio sobre los sólidos y elaboración del cartel: **4 lecciones**. • Construcción de sólidos y sus modelos en 2D usando cartón y papel: **3 lecciones**. • Construcción de sólidos usando palillos de madera o pajillas: **3 lecciones**. • Exposición del trabajo realizado: **2 lecciones**.
Evaluación
El proyecto tiene el valor de 15% de la nota total del II trimestre. Se tomará en cuenta no solo el producto, también todo el proceso mediante diferentes rúbricas. La distribución del puntaje es la siguiente: • (Rúbrica 1) Estudio y elaboración del cartel: **30 puntos**. • (Rúbrica 2) Construcción de los sólidos y sus modelos 2D: **30 puntos**. • (Rúbrica 3) Muestras de artículos o envases con forma de sólidos y fotos de construcciones o edificios que involucren sólidos: **15 puntos** • (Rúbrica 4) Exposición en la feria: **25 puntos**
Objetivos
1. Conocer las definiciones y características de los prismas y las pirámides. 2. Construir prismas y pirámides con materiales concretos. 3. Reconocer en la vida cotidiana el uso de prismas y pirámides. 4. Exponer los resultados del proyecto a la comunidad estudiantil.

Si desea ver el proyecto completo, puede ingresar al sitio https://goo.gl/jgVUtz.

Múltiples factores inciden en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática a nivel mundial y particularmente en Costa Rica, es por ello que se hace necesario una constante actualización profesional por parte de los docentes, así como un apropiamiento de estrategias metodológicas novedosas pero eficaces, que fortalezcan habilidades matemáticas y el pensamiento crítico en los estudiantes, al mismo tiempo que se estimulan habilidades blandas necesarias para una participación activa en la sociedad del conocimiento.

El Departamento de Matemática del Colegio Metodista busca por medio de estos proyectos desafiar los procesos de enseñanza tradicionales incorporando elementos considerados clave, como las TIC, metodologías activas, aprendizaje colaborativo, ambientes más flexibles y espacios para el diálogo. La construcción del conocimiento es proceso que logramos entre todos.

Referencias Bibliográficas

Aranda, S. R., & Secundaria, E. S. (2009). Aprendizaje basado en proyectos. *Revista Innovación Experiencias Educativas*, *24*, 1-6.

Ministerio de Educación Pública. (2012). Programa de estudio de Matemáticas. Recuperado de http://www.mep.go.cr/

Morales, Trujillo & Raso (2015). Percepciones acerca de la integración de las TIC en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la universidad. *Pixel-Bit.Revista De Medios y Educación, 46,* 103-117.

Raman, Don, Khalid et al. (2014). Usage of learning management system (Moodle) among postgraduate students: UTAUT model. Asian Social Science, 10(14), 186.

Ruiz, A. (2013). La reforma de la educación matemática en costa rica. perspectiva de la praxis. *Cuadernos De Investigación y Formación En Educación Matemática*, (10), 1-111. San José, Costa Rica. Recuperado de http://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/11125.

Resultados de la implementación de una unidad didáctica para la enseñanza de razones trigonométricas en territorios indígenas

Lic. Mauricio Rodríguez Sánchez
Ministerio de Educación Pública
mauriciorods@gmail.com

Lic. Eithel Trigueros Rodríguez
Universidad Nacional de Costa Rica
eitheltr@gmail.com

Resumen: Se presentan los resultados finales de un trabajo final de graduación para la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática de la UNED, cuyo objetivo principal es desarrollar habilidades para el aprendizaje de razones trigonométricas en noveno año, por medio de una unidad didáctica apoyada en el software Geogebra y el modelo de Van Hiele. Esto en el Liceo Rural Gavilán, Valle la Estrella, Limón, durante el tercer trimestre del 2016, con una población en su mayoría indígena.

Palabras clave: Etnomatemática, material didáctico, educación intercultural.

Introducción

Este trabajo responde a la continuación del producto *Implementación de una unidad didáctica para la enseñanza de razones trigonométricas, apoyada en el software GeoGebra y el modelo de Van Hiele* (Rodríguez, Trigueros, 2016), y representa la divulgación del trabajo final de graduación *Estrategia didáctica apoyada en GeoGebra y el modelo de Van Hiele para la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas* (Rodríguez, 2017).

En el reporte de la implementación se explicó el escenario de la investigación, el modelo de Van Hiele, se indagó sobre investigaciones similares y abordó el desarrolló la unidad didáctica que se aplicaría en el Liceo Rural Gavilán. Para el momento en que se realizó dicho trabajo, no se contaba con la versión final de la unidad, por lo que en este documento se abordará ese aspecto.

Para tener un mejor contexto de la investigación y producto realizado es importante mencionar que el Liceo Rural Gavilán Vesta pertenece al circuito 05 de la Regional Educativa de Sulà del Ministerio de Educación Pública de Costa Rica (MEP), aunque no se encuentra dentro del territorio indígena. Sin embargo recibe un importante número de estudiantes indígenas que deben enfrentarse grandes distancias para asistir a clases, falta de transporte público, inclemencias climatológicas, entre otros factores geográficos y sociales que les dificulta el progreso educativo de la población.

Parte de los medios con los que se contaba eran los recursos tecnológicos aportados por el proyecto REMA, el cual asignó en noviembre del 2014, 124 computadoras para 124 estudiantes del Liceo Rural Gavilán. El objetivo general del Proyecto REMA es “favorecer el desarrollo integral de los estudiantes y de los liceos rurales para funcionar como impulsores del mejoramiento de la calidad de vida de sus comunidades" (Fundación Omar Dengo, 2013, p. 1). Así mismo, cada computadora tiene instalado el programa GeoGebra, el cuál es de licencia libre.

Además se retoman los objetivos de la investigación los cuales eran:

- Diagnosticar el nivel de razonamiento de los estudiantes de noveno año, según el modelo de Van Hiele.
- Elaborar una unidad didáctica apoyada en el software Geogebra para el desarrollo de las habilidades específicas de las razones trigonométricas del programa de estudio del MEP, según el modelo de Van Hiele.
- Validar la unidad didáctica apoyada en el software Geogebra y el modelo de Van Hiele para el desarrollo de las habilidades específicas de las razones trigonométricas del programa de estudio del MEP.
- Implementar la unidad didáctica apoyada en el software Geogebra y el modelo de Van Hile.
- Describir los niveles de razonamiento que muestran los cuatro estudiantes con la unidad didáctica apoyada en Geogebra según el modelo de Van Hiele.
- Mejorar la unidad didáctica apoyada en software Geogebra y el modelo de Van Hile para el desarrollo de las habilidades específicas de las de las razones trigonométricas del programa de estudio del MEP.

Metodología utilizada en la investigación

Debido a que el estudio realizado pretendía profundizar en las ideas de un individuo sobre un fenómeno en particular, se recomienda el enfoque cualitativo (Hernández, Fernández, y Baptista, 2014, p. 358).

En relación al diseño de investigación, este corresponde a una investigación acción, ya que es una forma idónea para abordar estudios en educación, a nivel del aula, donde se busca mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje. En concordancia con Kemmis (1984, citado por Latorre, 2005, p. 24) que define la investigación acción como: "una forma de indagación autoreflexiva realizada por quienes participan en las situaciones sociales para mejorar las prácticas educativas; su comprensión sobre las mismas; y las instituciones en que estas prácticas se realizan (aulas o escuelas, por ejemplo)."

Esta investigación al ser de enfoque cualitativo no define hipótesis, ni variables, lo que se establece son categorías de análisis (Hernández, Fernández y Baptista, 2014).

La unidad de análisis de esta investigación corresponde a los estudiantes de noveno año que participaron en la aplicación de la estrategia didáctica, los cuales estaban matriculados en noveno año en el Liceo Rural Gavilán, durante el 2016. Por otra parte, la categoría de análisis de esta investigación corresponde a los niveles nivel de razonamiento, que se define como el nivel de razonamiento logrado por los estudiantes, y corresponde al parámetro que contribuye a secuenciar los contenidos según el Modelo de Van Hiele. Además, las subcategorías o casos iniciales hacen referencia a los procesos matemáticos que involucra el modelo de Van Hiele. En particular se explican los resultados obtenidos respecto a los 3 primeros niveles del modelo de Van Hiele.

Con respecto a la población esta corresponde al grupo de noveno año del Liceo Rural Gavilán durante el curso lectivo del 2016, la cual tuvo una matrícula de 28 estudiantes en la asignatura de matemáticas, con edades entre 14 y 18 años. Esta población estudiantil habita las comunidades de Vesta, Gavilán, Progreso y Llano Grande. Además, forma parte del proyecto REMA.

El tipo de muestra es voluntaria, por lo tanto, la muestra es no probabilística y no será necesariamente una representación estadística de la población. Inicialmente el proyecto pretendía abarcar a todo el grupo de la sección 9-1. Sin embargo, lamentablemente los recursos iniciales habían sufrido un deterioro prematuro, lo que hizo necesario que se modificara el alcance de la investigación. Así que, se decidió consultar a aquellas personas que tuvieran la computadora en buen estado, y si querían participar de la investigación. En total 9 estudiantes accedieron a participar en la investigación.

Para realizar la recolección de los datos se utilizaron los siguientes medios:

1) **Prueba diagnóstica**: Esta prueba indagó los conocimientos previos necesarios para abordar las actividades de la estrategia didáctica. Según los resultados de esta prueba se desarrollaron centros de estudio, antes de la aplicación de la estrategia didáctica, para profundizar, recuperar y repasar los conocimientos previos abordados en sétimo y octavo año en el plan de estudio del MEP.
2) **Observaciones de expertos**: Para el proceso de validación de la estrategia didáctica y la prueba diagnóstica, se utilizó el criterio de los siguientes expertos: el director de tesis Lic. Eithel Trigueros, los lectores M.sc Alexander Borbón Alpizar y M.sc Marco Vinicio Gutiérrez Montenegro, colaboradores externos, M.sc Randall Blanco quien cuenta con 21 años de experiencia docente, el Lic. Adolfo Alejandro Monge Zamora con 15 de experiencia docente y Lic. José Miguel Flores Villegas con 5 años de experiencia. En cuanto a las observaciones y comentarios de los expertos, estas se encuentran en el anexo B de esta investigación.
3) **Folletos de los estudiantes**: Este folleto se observa en el Anexo C, el cuál fue brindado a los estudiantes, con la finalidad de que el participante anotará las respuestas a las actividades planteadas, y de esta forma recolectar información que permita identificar el nivel de razonamiento del alumno.
4) **Construcciones geométricas en GeoGebra del estudiante**: La estrategia didáctica plantea algunas actividades donde se incluyen construcciones geométricas utilizando GeoGebra, esto permitirá observar los niveles de razonamiento de los alumnos en sus construcciones. Para este análisis se apoyará en la opción de protocolos de construcción y las construcciones de cada estudiante en GeoGebra.
5) **Grabaciones de audio:** Se buscó un espacio para que el grupo de alumnos participantes opinen sobre su experiencia con la estrategia didáctica y comunique al investigador debilidades y fortalezas sobre la implementación de la estrategia didáctica.
6) **Bitácora de campo del investigador:** El investigador llevó un cuaderno donde consignó sus anotaciones descriptivas o interpretativas de los eventos que se presentaron durante las sesiones.
7) **Bitácora de análisis del investigador:** Con esta herramienta el investigador realizó anotaciones sobre el método utilizado (ajustes en la codificación, problemas encontrados y soluciones ejecutadas), ideas, conceptos, significados, categorías e hipótesis que surjan del estudio. Anotaciones relacionadas con la credibilidad y verificación del estudio (Hernández, Fernández y Baptista, 2014, p. 447).

Análisis de los resultados obtenidos

Prueba diagnóstica.

El primer paso de la investigación fue la elaboración y aplicación de una prueba diagnóstica. Esta constó de 7 preguntas y formó parte de la estrategia didáctica para estudiantes y profesores. Para abordar los conocimientos previos se consideraron las habilidades específicas de los niveles de 7º, 8º y 9º, los cuales se muestran en la siguiente tabla.

Tabla.1: Distribución de problemas de la prueba diagnóstica según nivel académico.

Nivel	Conocimientos	Habilidades específicas
7º	Triángulos:	Pregunta 1: Aplicar la desigualdad triangular.
	Desigualdad triangular	Pregunta 1: Aplicar la propiedad de la suma de las medidas de los ángulos internos de un triángulo.
	Ángulos internos Ángulos externos.	Pregunta 2: Determinar medidas de ángulos internos y externos de un triángulo, conociendo las medidas de otros ángulos.
8º	Triángulos: Semejanza Congruencias	Pregunta 3 y Pregunta 5: Aplicar los criterios de semejanza: LLL, ALA y AAA para determinar y probar semejanza de triángulos.
		Pregunta 4: Aplicar criterios de congruencia: LLL, LAL y ALA para determinar y probar la congruencia de triángulos.
		Pregunta 6: Resolver problemas que involucren la semejanza y congruencia de triángulos.
9º	Teorema de Pitágoras.	Pregunta 7: Aplicar el teorema de Pitágoras en la resolución de problemas en diferentes contextos.

Fuente. Elaboración propia.

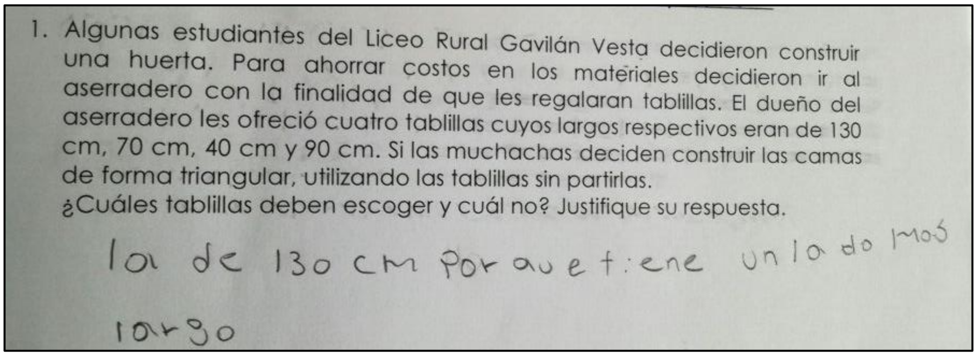
La prueba diagnóstica fue revisada por expertos y sufrió ciertos cambios antes de la aplicación, pero fueron cambios en su mayoría de forma y no de fondo.

En general, las situaciones problemas, el diseño y presentación de la unidad, así como los archivos en geogebra pasaron por varias etapas hasta la versión final. Incluso, es claro que dicha versión que se presenta en este documento puede sufrir modificaciones para mejorar.

La prueba diagnóstica mostró que las 9 personas participantes tenían falencias en los conocimientos previos, debido a que la mayoría no respondió las preguntas, dejando las 7 preguntas de la prueba diagnóstica en blanco.

Entre las razones del por qué los estudiantes dejaron la prueba en blanco, se encuentran: a) que recordaban muy poco de los contenidos relacionados con el tema, b) están acostumbrados a prepararse para las pruebas, es decir, los hábitos de estudio están en función de aprobar una evaluación y no en aprender, y c) los estudiantes afirmaron que los temas relacionados a congruencia de triángulos no lo habían estudiado en octavo año. Este último aspecto podría deberse al estado del clima en el segundo semestre del 2015, pues hubo muchas precipitaciones lo que obligó a la suspención de clases, provocando que los estudiantes no tuvieran el tiempo necesario para estudiar dichos temas en Octavo año.

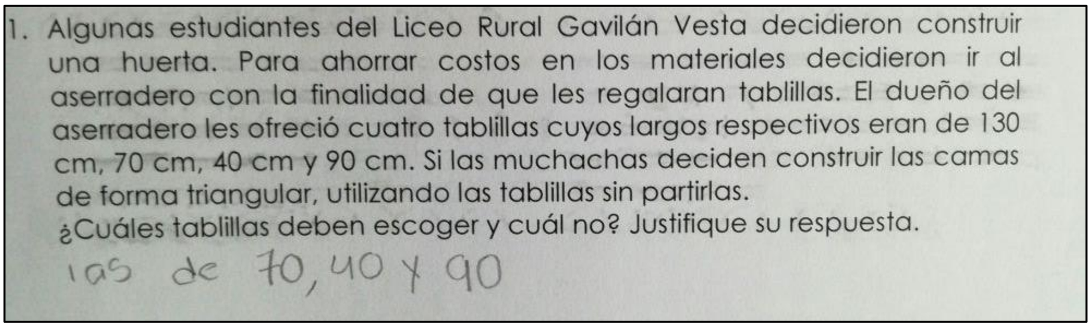
Sin embargo, estas son algunas de las respuestas obtenidas:



1. Algunas estudiantes del Liceo Rural Gavilán Vesta decidieron construir una huerta. Para ahorrar costos en los materiales decidieron ir al aserradero con la finalidad de que les regalaran tablillas. El dueño del aserradero les ofreció cuatro tablillas cuyos largos respectivos eran de 130 cm, 70 cm, 40 cm y 90 cm. Si las muchachas deciden construir las camas de forma triangular, utilizando las tablillas sin partirlas.
¿Cuáles tablillas deben escoger y cuál no? Justifique su respuesta.

la de 130 cm por que tiene un la do mas largo

Figura 1: Respuesta de un estudiante a la pregunta diagnostica 1



1. Algunas estudiantes del Liceo Rural Gavilán Vesta decidieron construir una huerta. Para ahorrar costos en los materiales decidieron ir al aserradero con la finalidad de que les regalaran tablillas. El dueño del aserradero les ofreció cuatro tablillas cuyos largos respectivos eran de 130 cm, 70 cm, 40 cm y 90 cm. Si las muchachas deciden construir las camas de forma triangular, utilizando las tablillas sin partirlas.
¿Cuáles tablillas deben escoger y cuál no? Justifique su respuesta.

las de 70, 40 y 90

Figura 2: Respuesta de una estudiante a la pregunta diagnostica 1

En la figura 1, la respuesta dada por el estudiante, omite la idea de formar un triángulo y considera solamente una tablilla. Por otro lado, la respuesta dada en la figura 2 es correcta, aunque la estudiante no justifica por qué hizo esa elección.

Estos resultados en la prueba de diagnóstico indican que los y las estudiantes podrían no estar preparados para los contenidos de noveno año, lo que hace necesario que se generen mecanismos de nivelación para las próximas lecciones. Además abre un tema de discusión que es sensible, la preparación que están teniendo nuestros estudiantes en la actualidad, pues las preguntas del diagnóstico eran en su mayoría de aplicación y no de memoria.

La estrategia didáctica se aplicó en cuatro sesiones de 4 horas cada una. Para la sesión 1, 2 y 3 participaron nueve estudiantes y para la sesión 4, participaron cinco. Además, durante las sesiones se contó con los siguientes recursos: la computadora portátil del docente, un proyector y nueve computadoras de la Fundación Omar Dengo.

En relación a los resultados de la prueba diagnóstica, como medida ante las falencias de los estudiantes, se desarrolla la actividad 1 de la estrategia didáctica, que corresponde a la 1º fase del modelo de Van Hiele, la cual recibe el nombre de información. A través de esta fase se pretende explorar los conocimientos previos del estudiante, tanto escolares como no escolares, mostrar los recursos a utilizar, en el caso de esta investigación el programa GeoGebra, introducir los nuevos temas a estudiar y permitir al estudiante la adquisición de algunos conocimientos necesarios para dar inicio al estudio matemático (Jaime y Gutiérrez, 1990, p. 333).

Sesión 1

La actividad inició con una introducción a GeoGebra apoyada en el “MANUAL PARA GEOGEBRA Guías para geometría dinámica, animaciones y deslizadores” elaborado por Alexander Borbón, dando énfasis a la introducción del manual donde se especifican algunas de las herramientas de GeoGebra, y la actividad Triángulo Equilátero (Borbón, 2010, p. 4). En relación a la construcción del triángulo equilátero se abordaron conceptos básicos como: punto, segmento, recta, distancia entre dos puntos, ángulos, triángulo, círculo, intersección.

Por otro lado, al introducir el uso de GeoGebra en ese momento, se cumplió con la idea propuesta por Gamboa (2007) sobre enseñar los conceptos básicos de la tecnología que se va a implementar, de esta forma, se dio a conocer GeoGebra al grupo, sus herramientas y la ubicación de las mismas, permitiéndoles manipular un poco el programa, antes de continuar con otras actividades de la estrategia didáctica.

Para esta sesión se pidió a sus estudiantes que realizaran la lectura de las herramientas en voz alta. Luego el docente, les realizó preguntas como ¿dónde se encontraba la herramienta seleccionar y mover?, ¿y la herramienta punto?, entre otras. Esto con el fin de motivar una lectura activa del documento. Esto además fue importante para que el estudiante o la estudiante reconociera donde localizar las herramientas.

Luego se inició la construcción del triángulo equilátero, siguiendo el paso a paso que propone Borbón (2010, p. 4). La figura 3 representa una construcción realizada por un estudiante.

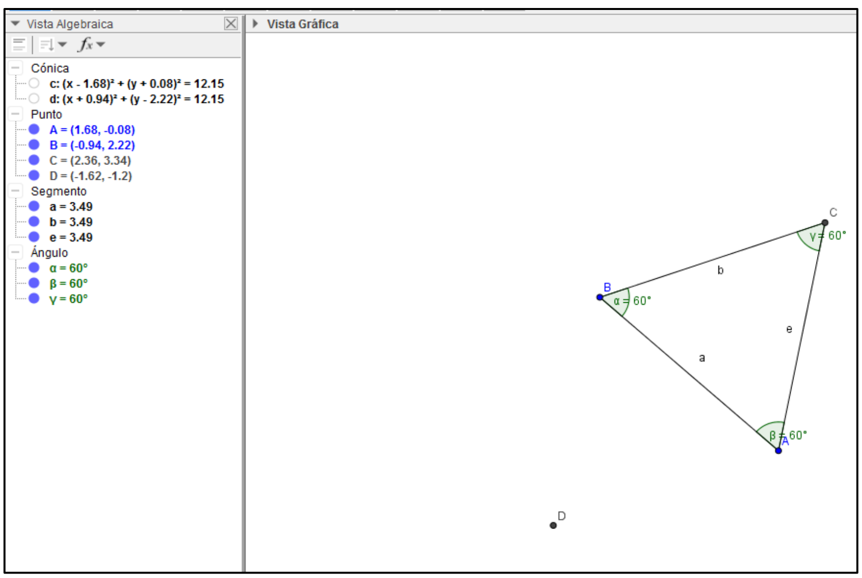


Figura 3: Construcción del triángulo equilátero realizada por uno de los estudiantes.

Algunas de las observaciones de esta etapa:

- Los estudiantes no leían las instrucciones. En especial con una estudiante, a la cual debió indicársele que herramienta utilizar en cada momento. Ante esta situación, el docente prefirió indicar siempre la ubicación de las herramientas en caso de que algún participante preguntase, para no distraerles de los temas de estudio.

- Respecto a las medidas del segmento, la mayoría de quienes participaban no relacionaban la letra "a" con la medida del segmento $\overline{AB}$, para ellos eran dos elementos sin relación, en otras palabras, no relacionaban la ventana algebraica y la ventana vista gráfica de GeoGebra. Para solventar esto se ideó utilizar la herramienta distancia, de esta forma se comprendió mejor que del punto A al punto B existía una determinada medida, como se muestra en la figura.

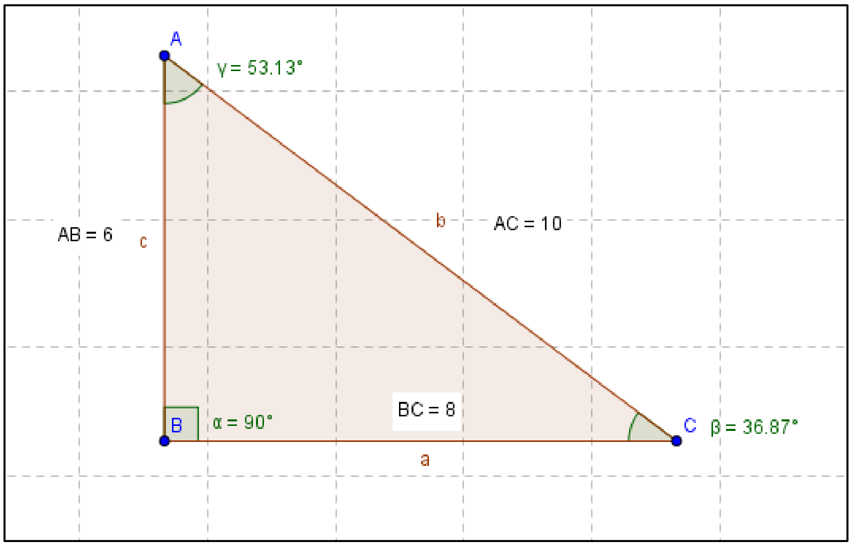


Figura 4: Uso de la Herramienta Distancia

<u>Sesión 2</u>

Para la sesión 2, se abordó la actividad 1 de la estrategia didáctica, la cual correspondía a la fase de introducción, que tiene como objetivo introducir los objetos que serán estudiados y los recursos didácticos a utilizar.

Antes de dar inicio a la sesión, se modificaron las sugerencias para la actividad 1, las cuales inicialmente planteaban utilizar regla, transportador, lápiz y medidas a escala, en su lugar, se recomendó a los estudiantes utilizar directamente GeoGebra, para solucionar los problemas planteados.

Entre las sugerencias para utilizar GeoGebra se les recomendó primero visualizar en la vista gráfica del programa la cuadrícula y ocultar los ejes. Por ejemplo, para la actividad 1.1 (figura 4.5).

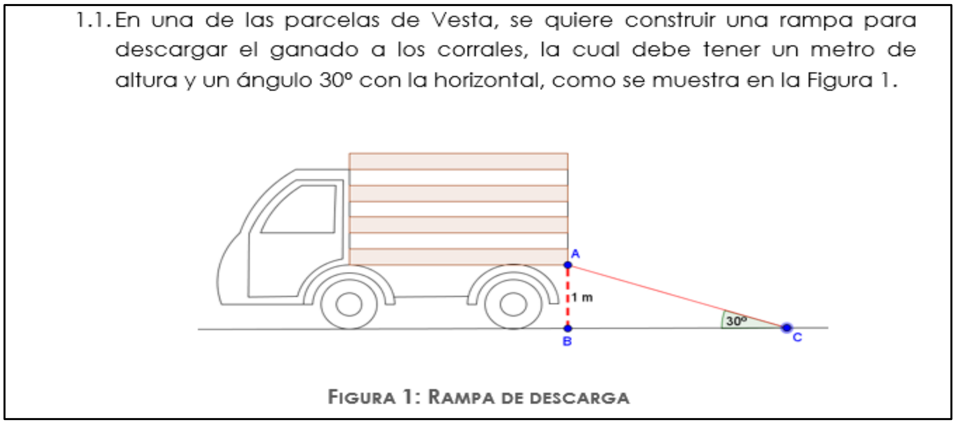


Figura 5: Actividad 1.1.

Un estudiante realizó la construcción de la figura 4.6, para contestar las preguntas ¿a qué distancia horizontal debe comenzar la rampa?, y ¿qué distancia tiene la rampa?

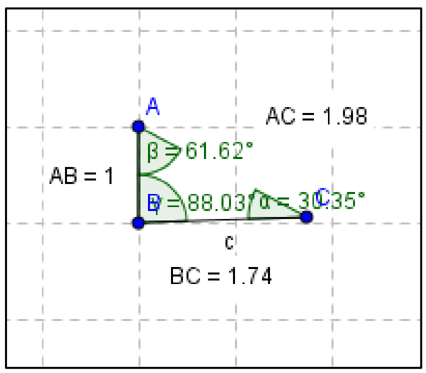


Figura 6: Solución actividad 1.1, construida por un estudiante.

A raíz de las soluciones realizadas por los estudiantes participantes, se sugiere que la estrategia didáctica incluya guías de construcción en GeoGebra que involucren ángulos de 90º, para que el estudiante pueda asociar las razones trigonométricas con el triángulo rectángulo. Algunas ideas para la construcción de un triángulo rectángulo podrían ser: utilizar el concepto de rectas perpendiculares, utilizar un ángulo inscrito en un círculo que contenga el diámetro, utilizar el teorema de la recta tangente a una circunferencia, el teorema del radio y una cuerda de una circunferencia, utilizar la herramienta ángulo dada su medida de GeoGebra, utilizar la cuadrícula y puntos para construir un triángulo recto.

<u>Sesión 3</u>

Durante la tercera sesión se continuó trabajando con la actividad 1, obteniendo observaciones similares a la sesión 2.

Además, al final de la sesión se realizó un grupo de enfoque, con el objetivo de comentar la experiencia al interactuar con la estrategia didáctica. Para recolectar la información de esta actividad, se grabó un audio, del cual se puede concluir que la estrategia didáctica incentivó actitudes positivas hacia la matemática, como se muestra en los siguientes comentarios de quienes participaron:

- *"Aprendí a trabajar con GeoGebra y me podría servir para el próximo año."*
- *"Yo aprendí a sacar hipotenusa y cateto de un triángulo rectangular."*
- *"Me gustó mucho porque aprendí cosas que no sabía nada."*
- *"Sacar distancias… longitudes."*
- *"Usar las herramientas de GeoGebra."*
- *"Bien"*
- *"El librito está excelente… hermoso."*
- *"Al principio se vio como que era un toque difícil, pero cuando ya uno lleva varios días, practica más y lo hace súper rápido."*
- *"Me costó aprender las herramientas."*
- *"Es la primera vez que yo entiendo matemáticas con usted profesor."*
- *Me gustó lo que aprendí, algo que no había visto… como que hay diferentes tipos de triángulos… equiláteros, rectángulos"*

Sesión 4

Para esta sesión, participaron cinco estudiantes, los cuales contaban con la autorización de las madres, padres o encargados para poder realizar la grabación de vídeo. Por otra parte, los demás estudiantes no participaron por los siguientes motivos: no tenían autorización para la grabación de vídeo, querían ir a jugar voleibol, o no tenían interés en continuar en el proyecto. Además, durante la sesión hubo mucho ruido externo, provocado por los estudiantes que estuvieron jugando tenis de mesa, también existieron varias interrupciones por parte del docente, ya que abandonaba el aula por labores administrativas o atendía a personal de la institución.

En esta sesión se abordó la actividad 2 de la estrategia didáctica, la cual corresponde a la 2º fase del modelo de Van Hiele, orientación dirigida. Esta fase busca delimitar los elementos principales que el estudiante debe estudiar, y construir las relaciones para el nuevo nivel, además cabe destacar que durante esta fase el estudiante no tendrá un aprendizaje óptimo en términos de resultados obtenidos y tiempo empleado (Jaime y Gutiérrez, 1990, p. 334).

Durante la aplicación se identificaron los siguientes obstáculos en los estudiantes: dificultad para expresar sus ideas, débil comprensión de lectura, falta de vocabulario. Por ejemplo, no sabían que significaba variar, les costaba identificar si los valores de los ángulos o las razones se incrementaban o decrecían, esto perjudicó el avance en las actividades, debido a que se dio a los estudiantes el tiempo necesario para que pudieran expresar sus ideas a través del diálogo con el docente y luego por escrito en el folleto facilitado a los estudiantes.

Para ejemplificar esta sesión, en la figura 4.7 se expone la actividad 2.2, con la solución de uno de los estudiantes, donde se puede observar que se utilizan los lados, ángulos y las razones entre los lados de un triángulo rectángulo, también se incentiva al estudiante el análisis de los valores obtenidos.

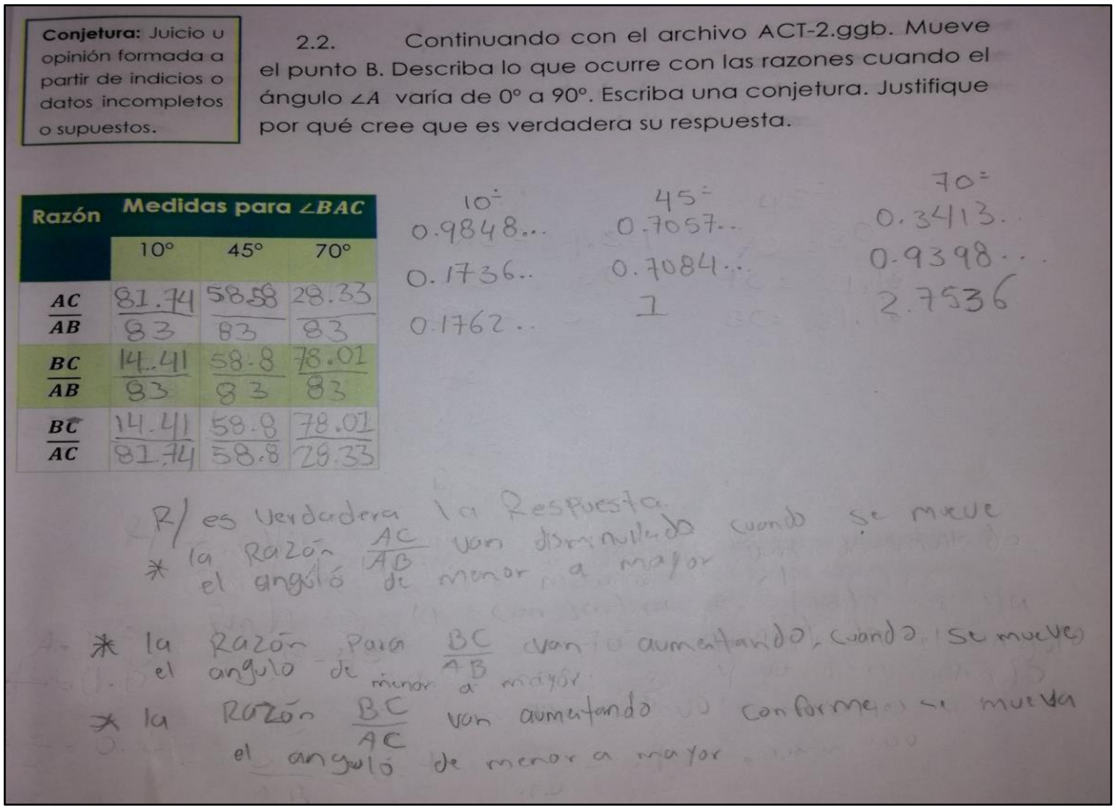


Figura 7: Solución actividad 2.2

Conclusiones

El objetivo general de esta investigación fue diseñar una estrategia didáctica apoyada con el software GeoGebra y el modelo de Van Hiele para el desarrollo de las habilidades específicas de las razones trigonométricas, de estudiantes de noveno año del Liceo Rural Gavilán Vesta. Al finalizar esta investigación se obtiene una estrategia didáctica dirigida a estudiantes y otra para docentes, ambas cuentan con el apoyo de 6 archivos elaborados en el programa GeoGebra, y en particular la estrategia dirigida a docentes cuenta con indicaciones sobre el modelo de Van Hiele para orientar la mediación pedagógica.

Por lo cual, podemos asegurar que se cumple el objetivo general del presente estudio, además de que es factible aplicar las TIC en las aulas del Liceo Rural Gavilán Vesta con fines educativos, aunque esto conlleve un mayor esfuerzo en el planeamiento didáctico, en concordancia con Vargas y Gamboa (2013) y MEP (2012). También, se logra desarrollar una estrategia didáctica contextualizada en las necesidades de la comunidad educativa del liceo.

En relación a la prueba diagnóstica se evidencia que los estudiantes presentaron falencias en sus conocimientos previos, tales como desigualdad triangular, ángulos internos, ángulos externos, semejanza y congruencias de triángulos y el teorema de Pitágoras. Por otra parte, con la actividad triángulo equilátero del Manual de GeoGebra (Borbón, 2010, p. 4) se contribuye con el abordaje de los conocimientos previos y se logra introducir al estudiante al uso de GeoGebra.

En relación a las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele, estas guiaron la secuencia de las actividades de la estrategia didáctica. En particular, la actividad 1 llamada triángulos rectángulos de la estrategia didáctica, correspondiente a la fase de información, facilitó a cada estudiante un conjunto de conocimientos básicos necesarios para dar inicio al estudio de las razones trigonométricas, tales como, el triángulo, segmento, punto, distancia, ángulo y cateto. Por otro lado, la actividad 2 de la estrategia, referente a la fase orientación dirigida, propicio las relaciones necesarias para pasar del nivel 1 al nivel 2 de razonamiento, según el modelo de Van Hiele.

En cuanto a los niveles de razonamiento, al implementar estrategia didáctica se logró diagnosticar que los estudiantes, se encuentran en un nivel 1 de razonamiento según el modelo de Van Hiele, de acuerdo a los siguientes casos: describen los elementos y las propiedades de los triángulos rectángulos e identifican los ángulos internos, identifican las tres razones trigonométricas en el triángulo rectángulo y las describen como “cocientes” entre los lados del triángulo rectángulo y describen lo que observan en la pantalla.

De modo que, los procesos matemáticos del modelo de Van Hiele detectados en las respuestas de los estudiantes enfatizan el razonamiento sobre conceptos básicos, consideraciones visuales, descripción de propiedades y elementos físicos de los objetos relacionados con las razones trigonométricas, y no hay procesos de demostración (Algarín y Fiallo, 2014).

Por otro lado, se concluye que, al aplicar la estrategia didáctica apoyada en el modelo de Van Hiele, se incentivó los procesos matemáticos de razonar y argumentar, comunicar, conectar y representar propuestos por el MEP (2012, p. 24), ya se permitió a las personas participantes expresar sus ideas y argumentos de forma oral o escrita, trabajar en grupo, y evacuar entre ellos sus propias inquietudes.

En cuanto a las vivencias de los estudiantes, la estrategia propició el interés en los colegiales, el cual es una condición importante para que surja la comprensión sobre un determinado tema (Van Hiele, 1957, p. 30), por ejemplo, al descubrir que las razones trigonométricas permanecen constantes a pesar de que el tamaño de los triángulos ha variado considerablemente, ya que para ellos esta situación es una contradicción, y suelen preguntarse ¿por qué si los lados de los triángulos son tan grandes siguen saliendo los mismos valores para las razones?.

Recomendaciones

Las personas docentes, que deseen aplicar la estrategia didáctica diseñada en esta investigación, deben conocer y profundizar en el modelo de Van Hiele, para tener claro las ideas generales, las fases de aprendizaje y los niveles de razonamiento del modelo, y obtener un mejor aprovechamiento del proceso.

Se recomienda aplicar esta estrategia didáctica en las diversas instituciones que cuente con la asistencia de la FOD, por ejemplo, REMA, tecnologías móviles en centros educativos indígenas, entre otros. Sin embargo, si algún docente desea adaptar la estrategia didáctica apoyada en el uso de papel y lápiz, deberá modificar las actividades.

El personal docente que desee implementar la estrategia didáctica además deberá estar capacitado en el uso de TIC en las aulas, para poder solucionar cualquier inconveniente que surja en relación a las computadoras o alguna duda del estudiantado.

Al aplicar la estrategia didáctica, es preferible que la persona docente conozca las características básicas del programa GeoGebra.

La estrategia desarrollada en esta investigación puede utilizarse como apoyo para el estudiantado fuera de las lecciones, por ejemplo, trabajo extraclase o trabajo formativo para realizar en el hogar.

Se recomienda continuar aplicando la estrategia didáctica en ambientes de aulas donde estén presentes más estudiantes, por ejemplo, en grupos de 20 a 30 estudiantes.

El docente debe enfatizar el uso correcto del lenguaje, ya que este proporciona los elementos necesarios para generar los procesos descripción, definición y demostración (Van Hiele, 1957, p. 29).

Un aspecto del modelo de Van Hiele, que no se abordó en este proyecto fue la evaluación, lo cual puede ser utilizado en futuras investigaciones para profundizar el estudio de las razones trigonométricas apoyado en el modelo de Van Hiele.

Como comentario final, a pesar de que hubo algunas limitaciones, principalmente en la aplicación de la unidad diseñada, se debe mencionar que los estudiantes se notaban más motivados con la modificación de la metodología tradicional, es decir, aunque las dificultades estén presentes vale la pena apoyar el proceso de aprendizaje de los y las estudiantes, principalmente en territorios que históricamente han sido marginados por la sociedad.

Referencias bibliográficas

Algarín Torres, D., y Fiallo Leal, J. (2014). Descriptores de los procesos de descripción, definición y demostración para los niveles de Van Hiele cuando se estudian las razones trigonométricas. Uni-Pluri/Versidad, 14(1), 42-52.

Borbón. (2010). Manual para GeoGebra: Guías para geometría dinámica, animaciones y deslizadores. *Revista Digital Matemática Educación e Internet*.

Fundación Omar Dengo. (2013). Acerca de REMA (Redes Moviles para el Aprendizaje). Obtenido de www.fod.ac.cr: http://www.fod.ac.cr/rema/index.php?option=com_content&view=article&id=10&Itemid=106

Gutiérrez, A., y Fiallo, J. (2009). Enseñanza de la trigonometría con ayuda de SGD. Geometría dinámica, 147-171.

Hernández, Fernández y Baptista. (2014). *Metodología de la Investigación.* México.: McGraw-Hill.

Jaime y Gutiérrez. (1990). Una propuesta de fundamentación para la enseñanza de la geometría: El modelo de van Hiele. *Teoría y práctica en educación matemática*, 295-384. Obtenido de www.uv.es/angel.gutierrez/archivos1/textospdf/JaiGut90.pdf

Ministerio de Educación Pública de Costa Rica. (2012). Programas de Estudio en Matemáticas.

Rodríguez, M. (2017) Estrategia didáctica apoyada en GeoGebra y el modelo de Van Hiele para la enseñanza y aprendizaje de las razones trigonométricas. Tesis de Licenciatura. UNED

Rodríguez, M. y Trigueros, E. (2016). Implementación de una unidad didáctica para la enseñanza de razones trigonométricas, apoyada en el software GeoGebra y el modelo de Van Hiele. X festival de matemática, 92-101

Van Hiele. (1957). *El problema de la comprensión (en conexión con la comprensión de los escolares con el aprendizaje de la geometría).* (Gutierrez , & otros, Trads.) Universidad de Utrecht, Utrecht.

Vargas Vargas, G. y Gamboa Araya, R. (2013). La enseñanza del teorema de pitágoras: una experiencia en el aula con el uso del geogebra, según el modelo de Van Hiele. UNICIENCIA, 27(1), 95-118.

Una experiencia de cambio: páginas web – plataforma educativa

M.Sc. Ana Magali Salazar Ávila
Universidad Técnica Nacional
asalazaravila@gmail.com

Resumen: Con el avance de la tecnología, la educación cuenta con recursos para facilitar el proceso de aprendizaje y propiciar la comunicación constante con los distintos actores del proceso educativo.

Edmodo, plataforma educativa, como parte de este auge tecnológico, demuestra ser una herramienta propicia para apoyar en dicho proceso educativo, a los diferentes actores. Presenta distintas características de seguridad de la información y portabilidad; lo que demuestra que no es necesario que se disponga de acceso a computadora directamente, en el aula, puede utilizarse a partir de los dispositivos móviles. Esto se acopla a las tendencias actuales de los propios involucrados en la educación.

Se hace necesario que los docentes desarrollen destrezas y habilidades que aprovechen esta herramienta como medio de comunicación, divulgación y medio educativo para acortar las distancias y el tiempo entre cada sesión presencial.

Palabras clave: páginas web, plataforma educativa, TIC.

Introducción

Las Tecnologías de la Información y la Comunicación (TIC) están transformando la sociedad, como consecuencia, la forma de enseñar y de aprender. La sociedad actual se ha visto afectada, por ello demanda, a su vez, cambios en los sistemas educativos; y esto repercute en el ámbito educativo.

Definitivamente, las TIC tienen, cada vez más, una mayor presencia en los procesos educativos y formativos, convirtiéndose en una necesidad en el contexto de una sociedad donde los rápidos cambios y las demandas de una educación de mejor calidad y actualizada, se convierten en una exigencia permanente (CIE, 2001). Ante este panorama, es urgente no sólo reflexionar sobre el proceso educativo para la implementación de estas herramientas, sino, el implementarlas; sin pifiar en la creencia de que éstas son un fin en sí mismo, sino más bien, tener presente que son un medio. Así como expresa Gross (2013) la tecnología, como tal, no determina la naturaleza de su aplicación, pero evoluciona con la transformación gradual de las prácticas.

Las tecnologías en la educación provocan enfrentar dos grandes desafíos, uno radica sobre la gestión en las instituciones educativas y el otro en redefinir los instrumentos del trabajo docente: currículo, contenidos, metodología y hasta el perfil del propio docente (Namo de Mello, 1998; citado por Bar, 1999). A no menos de una década atrás, Beltrán (2009) afirma que la sociedad inmersa en estos acelerados cambios, requiere transformaciones profundas, provocando consecuencias en las exigencias y requerimientos vigentes en relación con los conocimientos y competencias que requiere el ciudadano actual para insertarse en el ámbito laboral.

Integrar las tecnologías de la información y de la comunicación dentro del aula educativa, abre nuevas puertas que permiten a estudiantes y a docentes incorporarse y mantenerse dentro del mundo laboral y acorde con las demandas de la sociedad. Las TIC pueden integrarse desde diferentes perspectivas, entre ellas: como recurso didáctico, como objeto de estudio, como elemento para la comunicación y la expresión, como instrumento para la organización, gestión y administración educativa; y como instrumento para la investigación (Cabero, Barroso, Romero, Llorente y Román, 2007).

Contexto institucional

Durante estos años donde la UTN ha funcionado como entidad educativa a nivel superior, ha enfrentado diversos cambios y retos, en todos los aspectos en lo que le concierne a la naciente universidad, pues, naturalmente, ha tenido que enfrentarse a normativas, políticas nacionales; en las cuales, cabe destacar su tardía incorporación al Consejo Nacional de Rectores (CONARE).

La Universidad Técnica Nacional (UTN) pretende, en su visión, "ser una universidad de vanguardia en la formación integral de profesionales, la investigación y la acción social en las áreas científicas, técnicas y tecnológicas, con un enfoque de humanismo científico innovador, que contribuya al desarrollo sostenible de la sociedad costarricense" (Prieto, 2012, pp. 9).

A pesar de este periodo de organización y de definición, todo funcionario de la institución tiene el conocimiento que la universidad pretende enfocarse en la tecnología como recurso educativo, bajo un modelo integral y holístico (UTN, 2012). No obstante, todavía existen muchas trabas para implementar cursos e-learning y b-learning; también, se presenta el temor y rechazo de muchos docentes ante estas modalidades y ante estos cambios. Actualmente, se imparten cursos en la modalidad tradicional, es decir, modalidad presencial; sin embargo, la universidad, poco a poco ha ido posibilitando espacios para las modalidades e-learning y b-learning, con el reciente Reglamento de Entornos Virtuales para el aprendizaje (UTN, 2017).

Por otro lado, es importante resaltar que la población estudiantil proviene de diversas zonas y muchos trabajan. Algunos presentan dificultades para asistir a todas las clases, lo que luego se agrava al dificultárseles el "ponerse al corriente" con la materia o con las actividades asignadas.

Ante este panorama, surgen cambios en la dinámica de clase, para apoyar a quienes enfrentan estas dificultades. Si bien, el estudiante toma un papel protagónico dentro del proceso de educativo; el docente, además de ser su guía, su facilitador, se convierte, según Bar (1999) en el ente principal para el mejoramiento de la eficacia en el proceso educativo, pues es quien vincula a los estudiantes con el proceso de aprendizaje. Hoy en día esta vinculación puede hacerse tanto desde la presencialidad como desde la virtualidad.

Experiencia de cambio

Desde hace ya algunos años, varios miembros del cuerpo docente de la UTN, ha manifestado interés por los cambios mencionados a raíz del desarrollo de las TIC; ya hoy en día, se encuentran haciendo uso de las posibilidades ofrece la Web 2.0, la Web 3.0 y la Web semántica, trabajando para obtener el mayor provecho y beneficio de éstas en el ámbito académico. Actualmente, se utilizan recursos blogs, páginas web, redes sociales, prezi, youtube, socrative, zoom, camscanner, classroom, Edmodo, Moodle, skype, entre otros. Recursos que pueden ser de fácil acceso desde un computador o desde cualquier dispositivo móvil.

En la siguiente imagen, se observa la página web de una profesora de matemática, quien utilizaba, hace unos años atrás, en sus inicios con las TIC, algunas herramientas como: Google Sites, Google Calendar, Google Drive, Google Formulario, Videos, entre otros. Obsérvese, además, que ha implementado frases y presentadores motivacionales; asimismo, acertijos matemáticos.

FIGURA 1. Página web de una profesora de matemática

En el tiempo que utilizó estos recursos, la mencionada profesora, percibió que el uso de esta página Web no permitía que fácilmente el estudiante realizara aportaciones directas, comentarios, ni subiera su propio material. Es decir, el recurso era unidireccional, de ella hacia los estudiantes.

Como resultado de esto, indagó sobre el uso de otros medios, en este caso Edmodo, que, al ser una especie de plataforma y red social, facilita el compartir archivos o enlaces, tanto por parte del docente como de los mismos estudiantes. Tanto el docente como los estudiantes pueden realizar comentarios en los distintos posts (tal y como se evidencia en la siguiente imagen).

FIGURA 2. Imagen de plataforma Edmodo

A continuación, la imagen refleja la facilidad con la que un estudiante tutor de uno de los cursos, como apoyo al docente y estudiantes, se comunica con los demás estudiantes para señalarles cómo se organizarán para la siguiente sesión de tutoría.

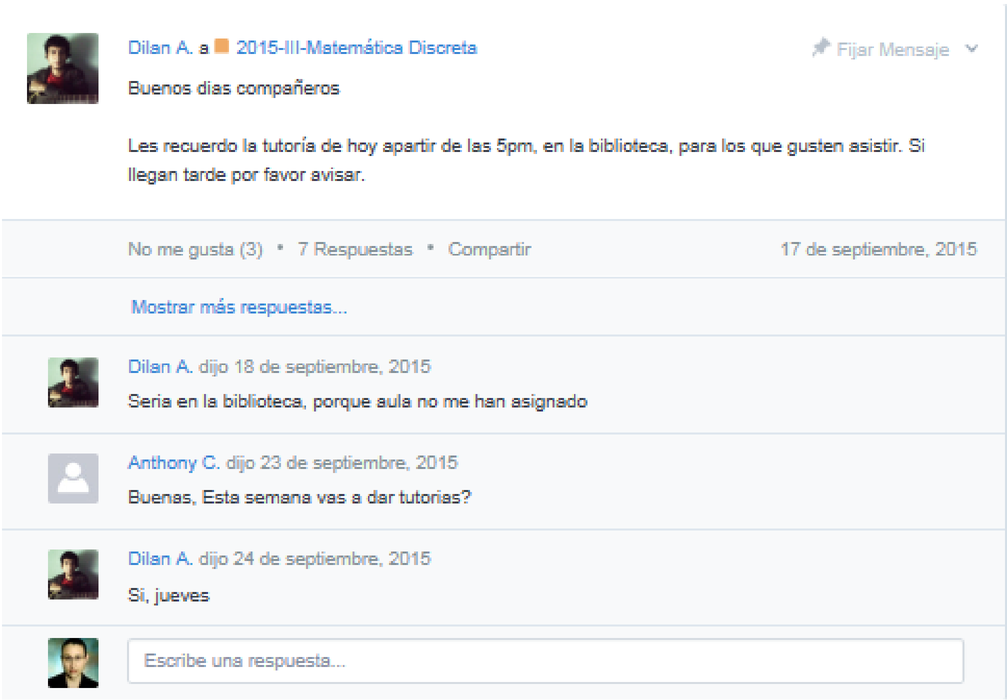


FIGURA 3. Imagen de red social, plataforma educativa Edmodo

Como ya se ha mencionado, en la UTN se trabaja con la modalidad de clases presenciales; a pesar de que las condiciones de la población estudiantil han cambiado y presentan dificultades para asistir, a veces, a clase (sea por trabajo, traslado, presupuesto, aspectos personales, entre otros). Con las plataformas educativas, tal es el caso de Edmodo, es posible habilitar espacios para que estos estudiantes puedan hacer entrega de las actividades evaluables, sin necesidad de asistir a la institución o de enviar a alguien. Es decir, ahora muchos profesores dan la opción, además de la entrega física, optar por hacer entrega digital, por medio de la plataforma. De esta manera, el estudiante no tiene problemas para hacer entrega de sus actividades, aunque le haya sido imposible presentarse a la universidad.

A continuación, se ilustra el caso donde la docente crea un espacio para recibir las entregas de actividades de los estudiantes, de una actividad; además, los estudiantes pueden consultarle alguna inquietud al respecto, y la docente les responde.

FIGURA 4. Imagen de enlace, plataforma educativa Edmodo

Esto lo pueden observar todos los estudiantes del curso, por lo que la consulta no queda de carácter individual, sino que es compartida automáticamente, en caso de que alguno le surja. Llo cual permite ahorrar tiempo al docente en responder la misma consulta varias veces en distintas ocasiones; así como a los estudiantes, aprovechar las consultas de sus pares.

La siguiente imagen ejemplifica el uso que se le da, en un curso de informática, al recurso para compartir un video tutorial sobre la configuración del Perfil Móvil en Windows Server. El video fue diseñado, por la profesora, con un software libre y subido en Youtube, de esta manera el enlace del archivo se sube a la plataforma y los estudiantes pueden visualizarlo directamente desde la computadora o desde cualquier dispositivo móvil con acceso a Internet, cuantas veces consideren necesario.

Claramente, se refleja una interactividad entre la profesora y los estudiantes y entre ellos mismos, pues el espacio donde se comparte el recurso, permite la misma opción de consultar directamente con la profesora y que ella responda. Estas consultas quedan a la vista de los demás estudiantes del grupo.

Así también, las plataformas educativas, como en este caso Edmodo, permiten aplicar encuestas rápidas a los estudiantes, o bien, evaluaciones como quices o exámenes que pueden calificados automáticamente (o con preguntas específicas que deben ser revisados con más detenimiento, por parte del docente, y no de forma automática), foros de discusión entre los mismos estudiantes (desde el mismo grupo o en subgrupos cerrados y privados), mensajería privada con el docente, repositorio de documentos públicos o privados.

Ahora, las plataformas educativas no sólo pueden ser accedidas desde la computadora, pues existen APPs gratuitas para descargarse desde cualquier dispositivo móvil. Seguidamente se puede observar cómo se ve Edmodo desde un celular. Ala izquierda, el flujo de comunicación y opciones a utilizar (clases, mensajería, notificaciones, entre otros), a la derecha, el manejo de carpetas para almacenar los archivos (documentos, presentaciones, enlaces, por ejemplo).

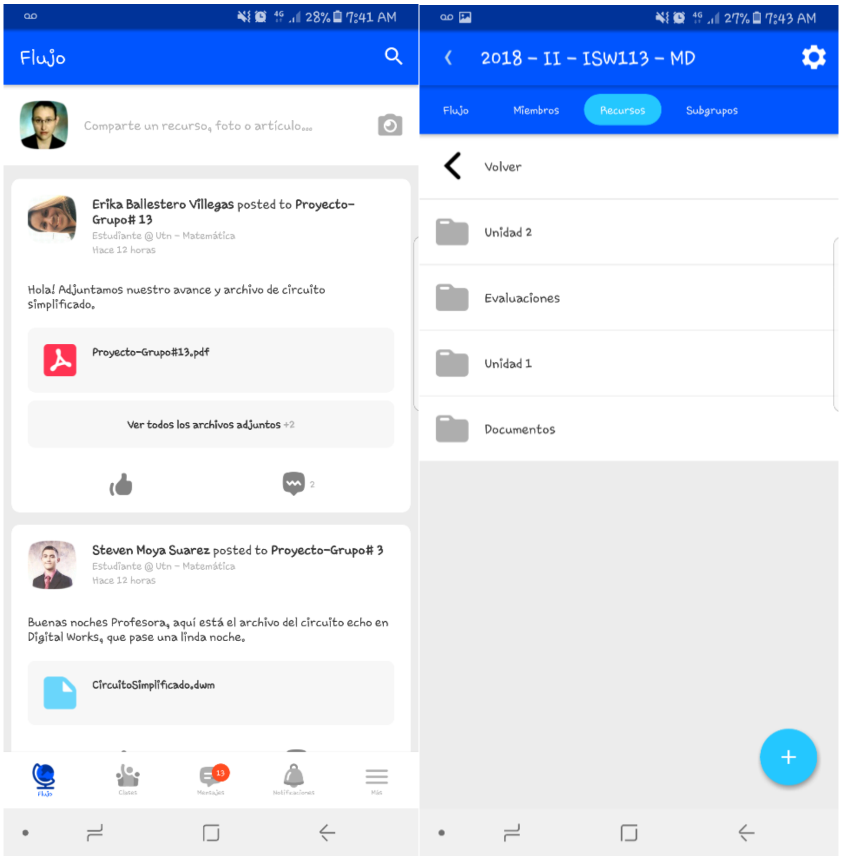


FIGURA 5. Vista de la plataforma Edmodo desde un dispositivo móvil

Aunado al uso de las plataformas, se ha acompañado su uso con recursos como CamScanner para escanear y compartir documentos dentro de Edmodo; Zoom para realizar videoconferencias, espacios como apoyo para explicar algún concepto que ha quedado poco claro o para aclarar dudas específicas, fuera del horario del curso, y adicional al espacio de consulta estudiantil con el que cuentan.

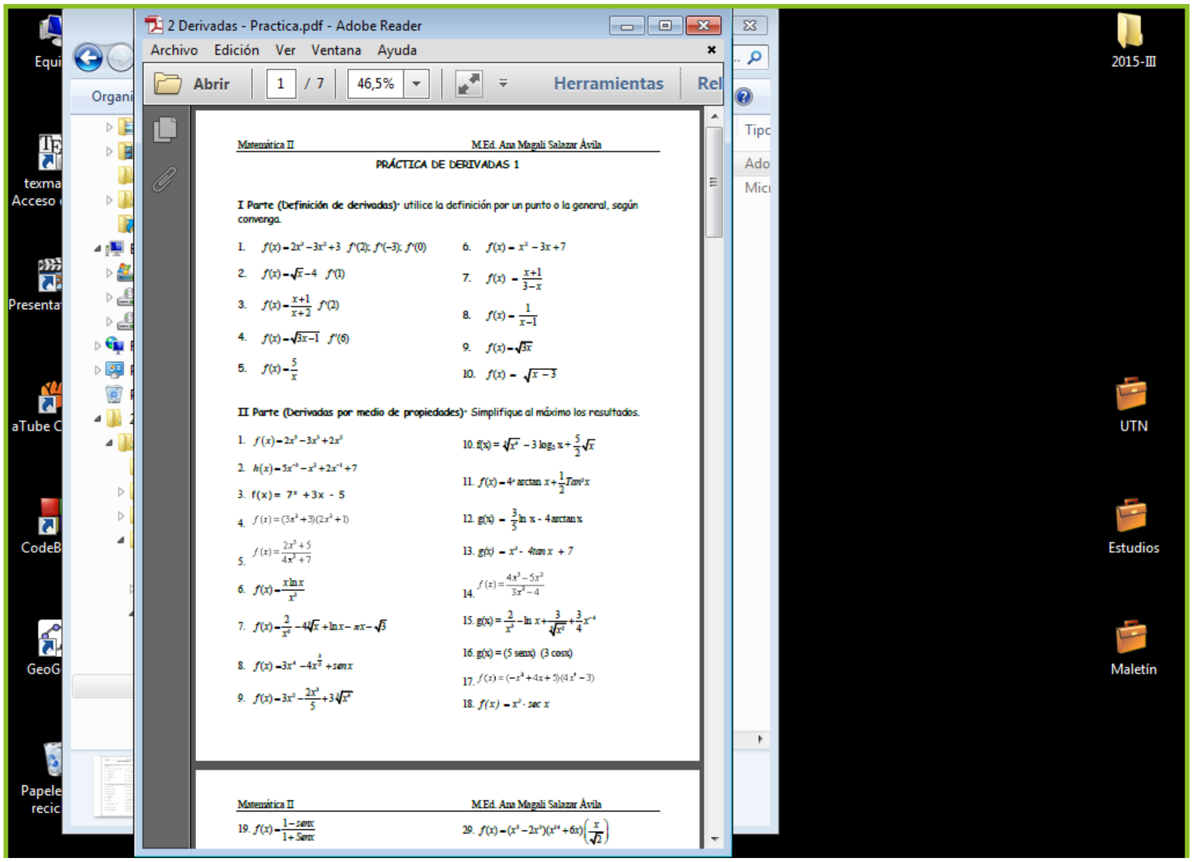


FIGURA 6. Videoconferencia por medio de Zoom

La imagen anterior refleja la videoconferencia realizada por medio de Zoom, para aclarar dudas sobre un tema en el curso de matemática. Esta videoconferencia puede ser grabada, almacenada en YouTube y compartida en Edmodo para los estudiantes que hayan o no asistido a la videoconferencia.

Para culminar el presente documento, es importante reflexionar sobre si, a pesar de que un curso sea ofertado bajo la modalidad presencial, ¿en este no se pueden aprovechar los recursos tecnológicos para apoyar a los estudiantes que por diversas razones no pudo asistir?, además, ¿puede favorecerse también los estudiantes que se presentaron a clase al contar con un apoyo adicional?

Es importante rescatar acá que no se trata de tomar los espacios como simples repositorios, sino en realmente brindar material y recursos de calidad que propicien la construcción del conocimiento aún fuera del aula.

Conclusiones

Como se ha mencionado a lo largo del documento, la sociedad ha enfrentado y, continúa enfrentando cambios constantes y de crecimiento acelerado, en el ámbito de la ciencia y de la tecnología. Ante esto, las personas han tenido que modificar su cotidianidad en todos los ámbitos: social y laboral, educativo.

Ante el fácil acceso a la información, el docente debe no sólo ajustarse y ser parte del cambio, requiere convertirse en agente de cambio, es decir, anticiparse a él, provocarlo, prepararse para fomentarlo y acompañar a sus estudiantes en ser partícipes directos en el proceso. Generar y desarrollar una nueva cultura pedagógica, para lo cual, las TIC se han convertido en un recurso de apoyo en las distintas actividades del quehacer educativo (Valdevieso, 2010).

El docente debe ser consciente de la necesidad de ser agente del cambio, que no es suficiente implementar el uso de las TIC, pues éstas no representan ser la respuesta o la solución ante lo que la sociedad requiere (Valdevieso, 2010), sino, un recurso para propiciar el proceso; sin embargo, depende del uso que los docentes hagan de ellos.

Referencias bibliográficas

Bar, G. (1999). I Seminario Taller sobre Perfil del Docente y Estrategias de Formación: Perfil y competencias del docente en el contexto institucional educativo. Recuperado de http://www.oei.org.co/de/gb.htm

Beltrán, M. (2009). El Desarrollo de Competencias Didácticas a Través del Uso de la Computadora como Herramienta Tecnológica en el Aula. Tesis de Maestría. Tecnológico de Monterrey, Universidad Virtual.

Cabero, J.; Barroso, H.; Romero, R.; Llorente, M. y Román, P. (2007). Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación. Open CourseWare. Universidad de Sevilla. Recuperado de http://www.ugr.es/~recfpro/rev181ART7.pdf

CIE (2001) Conferencia Internacional de Educación "La educación para todo, para aprender a vivir juntos", Ginebra 5-8 septiembre 2001, 5-8 de septiembre 2001 Segovia, M.Nuevas tecnologías aplicadas a la formación. Anced Force 1993.

Fernández, R. (2009). Competencias profesionales del docente en la sociedad del Siglo XXI. Universidad de Castilla. Recuperado de http://www.uclm.es/profesorado/ricardo/cursos/competenciaprofesionales.pdf

Gros, B. y Noguera, I. (2013). Mirando el futuro: Evolución de las tendencias tecnopedagógicas en educación superior. Campus virtuales Nº 02, V. II, 2013, Revista Científica de Tecnología Educativa. ISSN: 2255-1514. Recuperado de http://www.revistacampusvirtuales.es/index.php/es/revistaes/numeroactual/30-voliinum2/85-voliinum2-art9

Marqués, P. (2004). Los docentes: funciones, roles, competencias necesarias, formación. Departamento de Pedagogía Aplicada, Facultad de Educación, UAB. Recuperado de http://www.uaa.mx/direcciones/dgdp/defaa/descargas/docentes_funciones.pdf

Marqués, P. (2006). Impacto de las TIC en educación: Funciones y limitaciones. Departamento de Pedagogía Aplicada, Facultad de Educación, UAB. Recuperado de http://especializacion.una.edu.ve/iniciacion/paginas/marquestic.pdf

Marqués, P. (2011). Los docentes: funciones, roles, competencias necesarias, formación. Departamento de Pedagogía Aplicada, Facultad de Educación, UAB. Recuperado de http://peremarques.net/docentes2.htm

Prieto, M. (2012). Plan de Trabajo: Una visión compartida e innovadora de la universidad que queremos. Propuesta 2012-2016.

Soler, V. (2008). El uso de las TIC (Tecnologías de la Información y la Comunicación) como herramienta didáctica en la escuela. Contribuciones a las Ciencias Sociales, octubre 2008. ISSN: 1988-7833. Recuperado de www.eumed.net/rev/cccss/02/vsp.htm

UTN. (2012). Primer Borrador del Modelo Pedagógico de la UTN. Borrador inédito presentado el 26 de octubre en convocatoria extraordinaria.

UTN. (2017). Reglamento de Entornos Virtuales para el aprendizaje. Recuperado de http://campusvirtual.utn.ac.cr/mod/resource/view.php?id=125093

Van Der Henst, C. (s.f.). ¿Qué es la WEB 2.0?. Editorial, Maestros del WEB. Recuperado de http://www.maestrosdelweb.com/editorial/web2/

Unidad didáctica para el aprendizaje de la proporcionalidad, medición, estadística y probabilidad en la educación a distancia

M.Sc. Cristian Quesada Fernández
Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica
cquesadaf@uned.ac.cr

Resumen: Este trabajo expone el proceso llevado a cabo en el diseño, validación e implementación de una unidad didáctica que permita fortalecer el proceso de la enseñanza y aprendizaje de los temas de proporcionalidad, medición, estadística y probabilidad en el curso de Matemática II para I y II ciclo dirigido a estudiantes de Educación General Básica I y II Ciclos, impartida por la Universidad Estatal a Distancia de Costa Rica. En la validación del material participaron docentes de la UNED que impartieron el curso en el II cuatrimestre de 2016 así como estudiantes del curso. Para la recolección de la información se utilizó un cuestionario digital. Se llega a la conclusión principal que la propuesta de UD elaborada beneficia el interés, la motivación y la comprensión de los educandos en el estudio de esas temáticas.

Palabras clave: formación docente, unidad didáctica, enseñanza de la matemática, educación a distancia.

Introducción

El curso 00810 Matemática II para I y II ciclo, es un curso que pertenece al nivel de Diplomado de la carrera de Educación General Básica I y II Ciclos, impartida por la Universidad Estatal a Distancia (UNED) de Costa Rica. Esta carrera pretende la formación del profesional docente, enfatizando los procesos de enseñanza y aprendizaje, de manera individual y grupal. La Carrera cuenta con la acreditación de SINAES por su excelencia académica.

Como parte del proceso de mejora de los cursos de la carrera, se rediseñó la asignatura 00810. Los cambios efectuados en el diseño curricular conllevaron a la necesidad de la elaboración de una unidad didáctica modular (UD) para este curso.

De esta manera el propósito fue el diseñar una Unidad Didáctica dirigida a futuros docentes de educación primaria para la enseñanza de los temas de proporcionalidad, medición, probabilidad y estadística. Cabe destacar que al ser un curso en la modalidad a distancia, la unidad didáctica debió contemplar otros aspectos distintos a los de un curso presencial.

A su vez, el Modelo Pedagógico de la UNED, considera los principios de la educación de adultos: autoconcepto y autoestima, vinculación a la situación vital, integración de experiencias formativas, participación activa, motivación interna y desarrollo de competencias cognoscitivas. Estos principios pretenden orientar el proceso de enseñanza y aprendizaje de la UNED, en su etapa de diseño y elaboración de materiales, en el desarrollo y apoyo a los procesos de aprender, así como en las formas de dar seguimiento y evaluar los procesos y resultados del aprendizaje de los estudiantes de esta

Universidad. (UNED, 2004, p.10). Por tal motivo, estos principios fueron considerados en la elaboración de la UD.

Referente teórico

Unidades didácticas

Fernández et al. (1999) definen unidad didáctica (UD) como "un conjunto de ideas, una hipótesis de trabajo, que incluye no sólo los contenidos y los recursos necesarios para el trabajo diario, sino unas metas de aprendizaje, una estrategia que ordene y regule en la práctica educativa los diversos contenidos del aprendizaje" (p. 13).

Asimismo estos autores manifiestan que el desarrollo de la unidad didáctica está estrechamente relacionado con la forma de pensar del docente o grupo de docentes que la elaboren. Por su parte, García (2009) manifiesta que unidad didáctica es: "Un conjunto integrado, organizado y secuencial de los elementos básicos que conforman el proceso de enseñanza y aprendizaje (motivación, relaciones con otros conocimientos, objetivos, contenidos, método y estrategias, actividades y evaluación) con sentido propio, unitario y completo que permite a los estudiantes, tras su estudio, apreciar el resultado de su trabajo" (p. 1).

En el Modelo Pedagógico de la UNED (2004, p. 22) se incluyen una serie de recomendaciones metodológicas para la elaboración de las unidades didácticas. Entre ellas se destaca:

- Tener una estructura clara y explícita.
- Favorecer la recuperación de los conocimientos previos pertinentes del alumno.
- Utilizar ejemplos, metáforas y el pensamiento analógico, tan propio del aprendiz adulto.
- Incorporar actividades que exijan del alumno procesos de pensamiento crítico, reflexivo y creativo.
- Incorporar actividades de autorregulación

Cabe destacar que una UD no es un libro de texto en el sentido tradicional, ya que estos mayoritariamente son elaborados como apoyo para el docente en sus clases presenciales, y complementados con las explicaciones de este. La UD debe contemplar estas explicaciones, ejemplos y distintas situaciones que podrían darse en el salón de clase.

La UD debe responder a distintas situaciones del proceso de aprendizaje del estudiante, debe proveer de fuentes de información complementaria, notas, claves y demás recursos que faciliten la adquisición de conocimiento y la puesta en práctica de los mismos.

Proceso de diseño y elaboración de la UD

La elaboración de la UD siguió varias etapas, las cuales se resumen en la figura 1:

FIGURA 1. Etapas del proceso de producción de la UD

En la elaboración de la unidad didáctica se consideraron una serie de estrategias didácticas que pretenden facilitar al estudiante el pensamiento crítico y el análisis, dándole a este un papel activo, promoviendo la investigación y la búsqueda de soluciones a diversos problemas de la vida cotidiana.

La UD se caracteriza por la inclusión de temas transversales (investigación, educación ambiental, derechos humanos y equidad de género), los cuales propician la reflexión y la motivación en el tema.

Al inicio de la unidad didáctica, se incluye un apartado llamado descripción de la unidad didáctica, el cual describe las secciones generales y las secciones correspondientes a cada capítulo, así como el propósito de cada una de ellas.

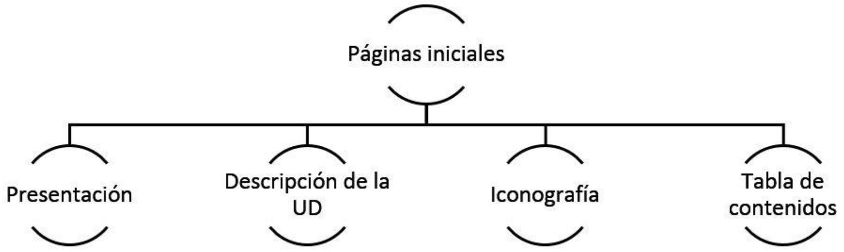


FIGURA 2. Secciones contenidas en el prefacio de la UD

La UD contempla 4 capítulos:

- Proporcionalidad entre magnitudes
- Medición y conversión de unidades
- Probabilidades
- Elementos básicos de estadística

Al inicio cada capítulo incluye: la introducción (en ella se realiza una breve exposición sobre los temas a tratar, donde se visualice su valor histórico en el desarrollo de la humanidad), los objetivos específicos de ese capítulo, un sumario con los contenidos y conceptos clave; con el fin de que el estudiante se organice cognitivamente, y además, identifique cuáles deben ser sus conocimientos y/o habilidades a desarrollar con el estudio del tema. Además, como estrategia para activar los conocimientos previos del lector, se presenta una motivación, la cual hace referencia a alguna situación problema referente al tema a desarrollar, en donde se destaca su importancia y aplicabilidad en la vida cotidiana.

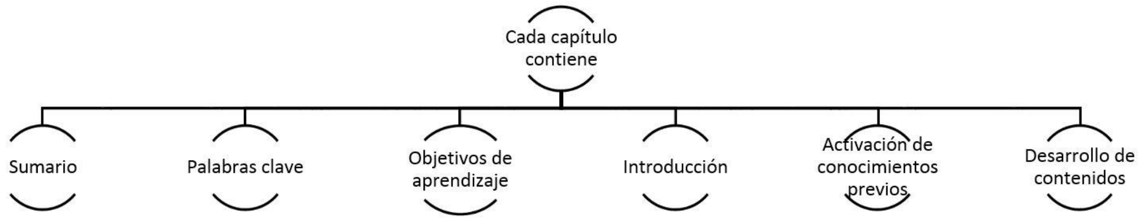


FIGURA 3. Contenido de cada capítulo

En el "cuerpo" propiamente de cada capítulo, se incluyen ilustraciones como fotografías, gráficos, dibujos o íconos, con el objetivo de captar la atención, y esclarecer un poco más las ideas expuestas. Asimismo, se incluyen cuadros de texto sombreados que permitan enfocar la atención en determinado concepto en el cual se desee profundizar. De igual manera, con el fin de propiciar una mediación pedagógica adecuada, se hace uso de constantes preguntas de autoevaluación, en donde se promueve la reflexión, auto regulación del aprendizaje y la investigación en los estudiantes.

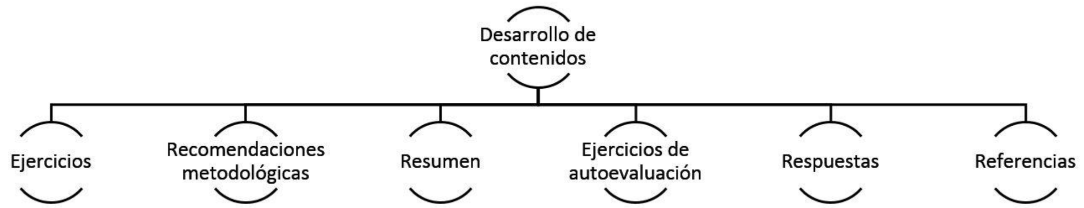


FIGURA 4. Aspectos considerados en el desarrollo de contenido

Un aspecto valioso de la UD, es el empleo de una columna auxiliar para exponer información adicional, reflexión, referencias a páginas web, así como sugerencias en cuanto al uso de distintos softwares que le permitan al estudiante profundizar en el tema.

Atención

En la sección 3.2 se estudiaron las operaciones con eventos. Recuerde que $A \cup B$ se lee "A unión B" y significa que ocurre el evento A o el B (uno de los dos o ambos). Es decir, el evento $A \cup B$ está formado por todos los elementos que están en A, en B o en ambos.

3.4. Probabilidad de eventos combinados

En ocasiones, los problemas relacionados con probabilidad involucran dos o más eventos. Lanzar un dado y luego una moneda, o bien lanzar tres dados o dos monedas simultáneamente, son ejemplos de situaciones con eventos combinados.

Para calcular la probabilidad de un evento combinado, se deben analizar cada uno de los sucesos involucrados y aplicar las reglas que se detallan a continuación.

Regla de la suma

Si dos eventos son incompatibles (mutuamente excluyentes), la probabilidad total de que ocurra uno u otro se calcula sumando la probabilidad de cada evento. Es decir, si $A \cap B = \varnothing$, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B).$$

Si dos eventos no son excluyentes, la probabilidad total de que ocurra uno u otro se calcula sumando la probabilidad de cada evento y restando la probabilidad de su intersección. Es decir,

Si $A \cap B = \varnothing$, entonces

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B).$$

Atención

$A \cap B$ se lee "A intersección B" y significa que los eventos A y B suceden a la vez. Así, el evento $A \cap B$ está formado por todos los elementos que están en A y en B, simultáneamente.

FIGURA 5. Ejemplo de comentarios en la UD

Las secciones de cada capítulo incluyen recomendaciones metodológicas para la enseñanza del tema, basadas en la resolución de problemas como estrategia didáctica, y/o el uso de materiales concretos, ya sean estructurados o no estructurados.

Al final de cada capítulo se expone un resumen con los conceptos más importantes del tema. Así como la resolución de los ejercicios y los problemas, con el fin de que el estudiante se autoevalúe y autorregule su aprendizaje. En los ejercicios de autoevaluación se proponen a los estudiantes la construcción de mapas conceptuales o esquemas, que les permitan sintetizar y organizar la información. Así mismo, se presentan distintas situaciones mediante las cuales ellos puedan reflexionar sobre la labor docente y aplicar, los distintos contenidos desarrollados en el capítulo, en la toma de decisiones y la resolución de problemas.

Metodología

La UD se editó en primera instancia en versión preliminar, la cual fue validada durante el II cuatrimestre de 2016. Para efectuar el proceso de validación se aplicó un instrumento con preguntas abiertas y cerradas a estudiantes y tutores del curso. El cuestionario se suministró de forma digital a través de la herramienta *LimeSurvey*, proporcionada por la Dirección de Tecnología, Información y Comunicaciones (DTIC) de la UNED. La interpretación de la información fue realizada por el equipo de trabajo del material didáctico: autores, encargada de cátedra y productora académica.

En la sistematización de los resultados, las preguntas que no corresponden a la información personal de quien responde la encuesta, fueron calificadas de dos formas: con respuestas de Si y No (preguntas de la 1 a la 4 y de la 21 a las 23). Las restantes, a través de una escala Likert de 1 a 5, donde 1 significa que no está del todo de acuerdo con lo que se pregunta y 5 que está muy de acuerdo. Para efectos de claridad, cada vez que se utilice una expresión que haga referencia a los encuestados se asume que se está hablando de las personas que sí respondieron la encuesta de forma completa.

Se enviaron un total de 207 invitaciones a los estudiantes. Se respondieron 93 cuestionarios de los cuales solo 60 fueron respondidos de forma completa. Para efectos de este informe solo se consideran las encuestas completas.

El 96,67% (58) de los estudiantes son mujeres y el 3,33% restante (2), varones. El 98,33% (59) son costarricenses. Diecinueve de ellas (31,67%) trabajan. En el siguiente gráfico se muestra la distribución por Centro Universitario

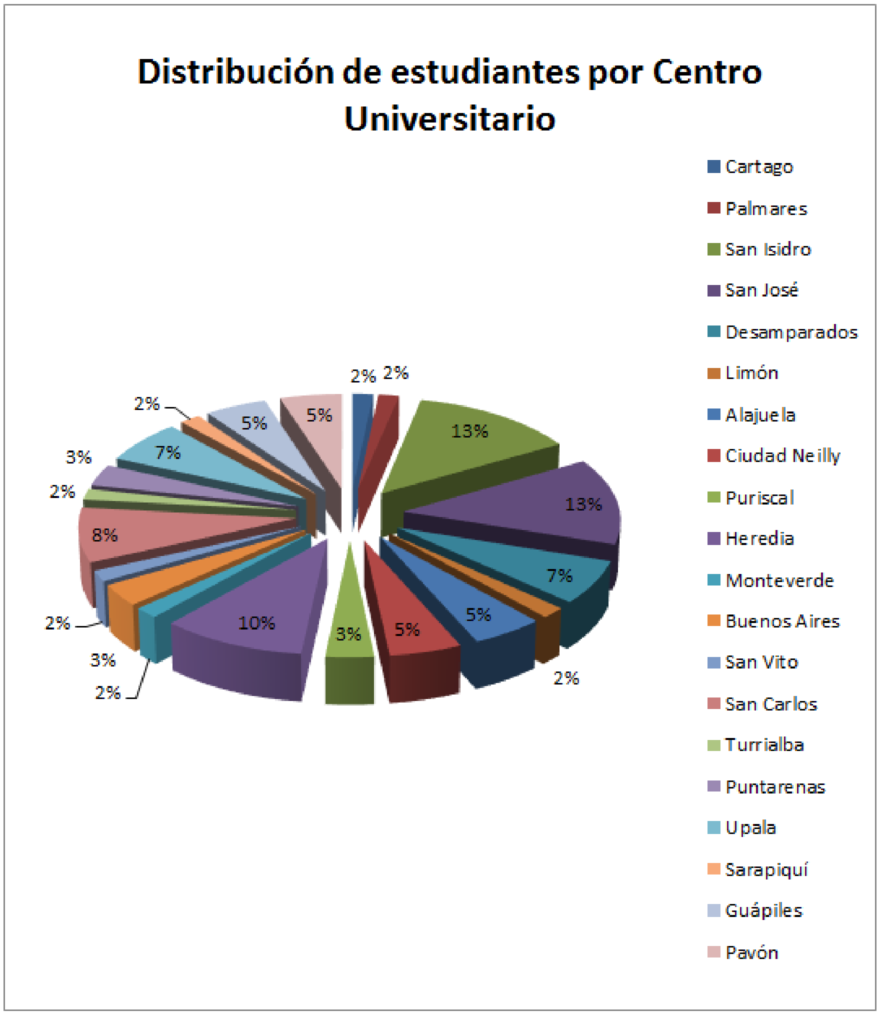


FIGURA 6. Distribución de estudiantes por Centro Universitario

Por otra parte, en total se enviaron 6 invitaciones a profesores del curso de las cuales 5 fueron respondidas de forma completa. El 60,00% (3) de los tutores son mujeres y 2 varones. El 100,00% son costarricenses.

Resultados

De acuerdo con los datos recabados con el cuestionario suministrado a los 5 docentes del curso, con el fin de valorar la Unidad Didáctica, las preguntas cerradas mediante el escalamiento Likert reflejan que el promedio por pregunta y por docente es 4,57 en cuanto a las afirmaciones dadas, lo cual permite deducir que realmente la unidad elaborada puede ser una herramienta pedagógica que favorezca el estudio de los temas de proporcionalidad, medición, estadística y probabilidad.

En general, los docentes realizan una valoración positiva en relación a los temas, actividades, ejemplos y ejercicios contenidos en la UD. El 100% de los profesores considera que la manera en que se exponen los temas facilita la comprensión, además de que el desarrollo de los temas corresponde a los objetivos propuestos. También la totalidad de docentes manifiesta que los temas son suficientes para cumplir los propósitos de la asignatura, y que tanto los ejercicios de autoevaluación como las actividades complementarias incluidas en la UD brindan la preparación necesaria para cumplir con la evaluación de la asignatura.

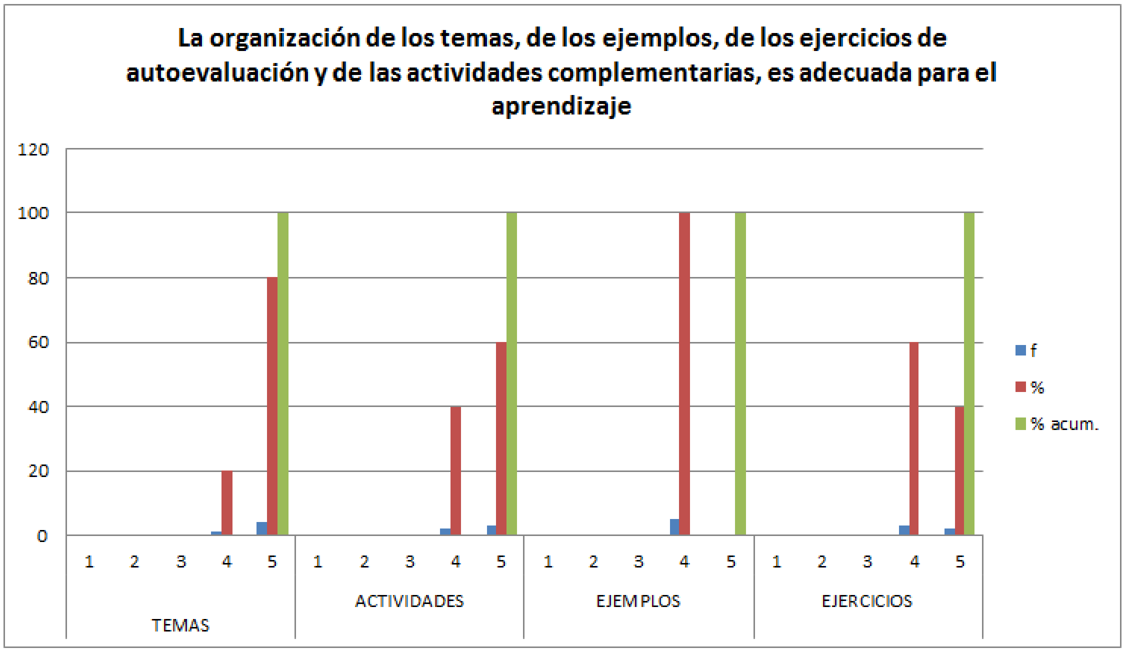


FIGURA 7. Opinión de docentes en cuanto a temas, actividades, ejemplos y ejercicios de la UD

En el caso de los estudiantes, dentro de los resultados más relevantes se obtuvo que 95% de los estudiantes considera que el desarrollo de los temas corresponde a los objetivos propuestos, así como el 73.33% también opina que la relación entre contenidos y objetivos es adecuada para su aprendizaje.

De igual manera, el 76.67% de los estudiantes opina que la organización de los temas, de los ejemplos, de los ejercicios de autoevaluación y de las actividades complementarias, es adecuada para su aprendizaje.

Conclusiones

La educación a distancia, por su particularidad, hace uso de distintos recursos, en especial de unidades didácticas las cuales deben contemplar en su diseño una serie de elementos esenciales para el aprendizaje. Cabe destacar que elementos e autoevaluación y autorregulación son muy pertinentes en el diseño de estas unidades.

En el caso de la UD diseñada y presentada en este trabajo, en términos generales los docentes hacen una valoración muy buena, así como los estudiantes se manifiestan satisfechos con la misma. Si bien no se logró la participación de todos los estudiantes en la validación, se tiene la opinión de casi el 30% de los estudiantes que la usaron en el periodo de prueba.

Es destacable que los docentes en su totalidad manifiestan que esta UD cumple con los propósitos de la asignatura, y que los elementos contemplados en la misma (desarrollo de contenidos, ejemplos, ejercicios complementarios y de autoevaluación, recomendaciones metodológicas y demás actividades) brindan la preparación necesaria para cumplir con la evaluación de la asignatura.

A la luz de los resultados obtenidos en el proceso de validación, se puede asegurar que la unidad didáctica denominada: Proporcionalidad, medición, probabilidad y estadística: su didáctica en educación primaria, puede ayudar a mejorar la motivación, interés y comprensión de los estudiantes en este curso.

Referencias bibliográficas

Fernández, J., Elortegui, N., Rodríguez, J., & Moreno, T. (1999). ¿Cómo hacer unidades didácticas innovadoras? Sevilla: DIADA.

García, L. (2009). Las unidades didácticas. Madrid: BENED.

Universidad Estatal a Distancia. (2004). Modelo pedagógico. San José: UNED.